

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

A NATUREZA DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA
EM UM AMBIENTE *ONLINE* DE FORMAÇÃO
CONTINUADA DE PROFESSORES

Rúbia Barcelos Amaral Zulatto

Orientadora: Profa. Dra. Miriam Godoy Penteado

Tese de Doutorado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Área de concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos, para obtenção do Título de Doutor em Educação Matemática.

Rio Claro (SP)
2007

Comissão Examinadora

Profa. Dra. Miriam Godoy Penteado (orientadora)

Prof. Dr. João Pedro Mendes da Ponte

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba

Profa. Dra. Maria Elizabeth Bianconcini Trindade Morato Pinto de Almeida

Profa. Dra. Vani Moreira Kenski

Rúbia Barcelos Amaral Zulatto

Resultado: _____

*Aprender é a única coisa de que a mente
nunca se cansa, nunca tem medo e
nunca se arrepende.*

Leonardo da Vinci

*Aos meus pais, que pelo exemplo
dado me levaram a ser o que sou
e que em minha vida são
expressão de amor, exemplo de
coragem e eterno porto seguro*

*Ao meu marido, com quem
compartilho minha vida, meus
sonhos, meus desejos (e
tropeços) e, principalmente,
meu crescente amor*

AGRADECIMENTOS

- Aos professores Vani Kenski, Maria Elizabeth Almeida, João Pedro da Ponte e Marcelo Borba, pela cuidadosa leitura e preciosas contribuições durante o desenvolvimento deste trabalho;
- À Fundação Bradesco, pela parceria que gerou o curso *Geometria com o Geometricks*, cenário desta pesquisa. Aos professores que vivenciaram o curso e me enriqueceram com suas experiências e com profícuas discussões matemáticas.
- Aos amigos da PGEM, que compartilharam comigo todo percurso deste trabalho e também momentos de amizade, em disciplinas, reuniões, "conversas furadas", festas, etc.;
- Aos professores da PGEM, que contribuíram, cada um ao seu modo, para a minha formação. Em especial àqueles que mais próximo estive durante a realização das disciplinas: Rosa Baroni, Idania Grass, Marcelo Borba e Marcus Maltempi;
- Ao professor João Pedro, pela atenciosa recepção em visita realizada a Portugal. E à Valéria, que me deu o apoio necessário;
- Às funcionárias da Seção de Pós-Graduação do IGCE, e às secretárias do Departamento da Matemática, Ana e Elisa, pela prontidão dos esclarecimentos e eficiente trabalho.
- À Anne Kepple, pela polida elaboração do abstract.
- A todos que fizeram leituras cuidadosas desse trabalho, em particular: Maurício, Telma, Paula, Ricardo, Norma e Vicente Garnica.
- À CAPES, pelo apoio financeiro;
- Ao meu maninho, Adélio Jr., que, à sua maneira, sempre demonstrou carinho e incentivo;
- A todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a concretização desta pesquisa.

Algumas frases me fizeram lembrar de pessoas especiais que estiveram comigo nessa caminhada, a quem diretamente faço um agradecimento especial:

“Nenhum vento sopra a favor de quem não sabe para onde ir”. Lúcio Aneu Sêneca

A você, Miram, pela confiança em mim depositada e pela carinhosa orientação que impediu que eu me sentisse perdida, apesar dos necessários momentos confusos. Mais que orientadora, uma amiga. A quem incansavelmente repito: muito obrigada.

“Independente do que você é, seja bom nisso”. Abraham Lincoln

Marcelo, nessa frase vejo você. E é assim que tenho tentado ser. Apesar da sua forma ímpar de buscar fazer o melhor, muitas vezes diferente da minha, você sabe que é um espelho para mim.

“Viva tratando de realizar muitas das coisas que você sempre sonhou”.

Richard Bach

Em meu coração, parece que sempre estive ouvindo vocês dizerem isso. Pai, mãe, ter vocês como referência em minha vida, me incentivando e apoiando, foi a grande força para a realização dessa conquista. Este é um dos nossos sonhos realizados. Amo vocês.

“Sonho que se sonha só, é só um sonho que se sonha só, mas sonho que se sonha junto é realidade”. Raul Seixas

A você Cal, que por muitas vezes fez do meu sonho de me “tornar Doutora”, um sonho nosso, superando comigo obstáculos por acreditar que essa era a nossa maior prioridade nesses últimos quatro anos.

“As pessoas entram em nossa vida por acaso, mas não é por acaso que elas permanecem”. Lilian Tonet

A vocês Odinir e Hélio, que por ter aprendido a amá-los, são mais que sogra e sogro, são para mim meus segundos pais.

“Cooperar é agir, colaborar ou trabalhar junto com o outro para um fim comum. Cooperar, na verdade, é contribuir”. Autor desconhecido

A todos que passaram pelo GPIMEM desde que nele estou: Norma, Telma, Paula, Ana Karina, Francisco, Jonei, Jussara, Maria Helena Bizelli, Fernanda, Ricardo, Silvana, Sueli, Sandra, Simone Lírio, Simone Gouvêa, Adriana, Maltempi, Geraldo, João, Antonio, Ana Flávia, Renata, Audria, Maria Helena Barbosa, Orlando. Mais que um grupo de pesquisa, uma escola, onde aprendi a pesquisar, estudar, conviver com as diferenças, sugerir sem magoar e ouvir sem ficar magoada, crescer com as contribuições, fazer amigos que perduram apesar da distância. Foram nove anos de muito aprendizado. Meu sincero *obrigada*.

“O valor das coisas não está no tempo que elas duram, mas na intensidade com que acontecem. Por isso existem momentos inesquecíveis e pessoas incomparáveis” Fernando Pessoa

Aos amigos queridos: Paula, Norma, Carol, Ricardo, Eliana, David, Fátima, Marcelo Pajola, Silvana, Regiane, Jeferson, Célia, Reinaldo, Ricardo Castro, Adriana, Edmilson, Bárbara, Cássio, Kelly, Gustavo, Carla, Valéria, Renata, Telma, Silvana Santos, Maurício, Leandro, Heloísa, Sidnei, Dirlene, Jucelene, Douglas, Carlos Eduardo, Denival, Sonia, Regina, Silmara, Valter, André, Elaine, Neubelena, Oswaldo e todos da minha ENS. Cada um à sua maneira teve papel importante em minha caminhada. Nos momentos alegres, nas palavras duras (mas necessárias), nos ombros para chorar, no apoio que era possível sentir com um olhar... Amizade é isso.

“Saio para a multidão dos combates, livre, porque em minha mão vai tua mão, conquistando alegrias indomáveis”. Pablo Neruda

A Deus, que me deu a vida e me dá apoio constante para vivê-la intensamente.

RESUMO

A presente pesquisa analisa a natureza da aprendizagem matemática em um curso *online* de formação continuada de professores, denominado *Geometria com Geometricks*. Nele, alunos-professores de uma mesma rede de escolas, situadas em diferentes localidades do país, desenvolveram atividades de Geometria utilizando-se do *software* Geometricks, e se encontravam para discuti-las. Esses encontros aconteceram a distância, em tempo real, por *chat* ou videoconferência. Nessa proposta pedagógica, a telepresença condicionou a comunicação e oportunizou o estar-junto-virtual-com-mídias. De modo singular, os recursos da videoconferência permitiram que construções geométricas fossem compartilhadas visualmente e realizadas por todos os envolvidos, fomentando a interação e a participação ativa, constituindo, por meio do diálogo, uma comunidade virtual de aprendizagem. Os resultados levam a inferir que, nesse contexto, a aprendizagem matemática teve natureza *colaborativa*, na virtualidade das discussões, tecidas a partir das contribuições de todos os participantes; *coletiva*, na medida em que a produção matemática era condicionada pelo coletivo pensante de seres-humanos-com-mídias; e *argumentativa*, uma vez que conjecturas e justificativas matemáticas se desenvolveram intensamente do decorrer do processo, contando para isso com as tecnologias presentes na interação ocorrida de forma constante e colaborativa.

Palavras-chaves: Educação a distância. Aprendizagem matemática *online*. Colaboração. Coletivo pensante. Argumentação matemática. Comunidade virtual de aprendizagem.

ABSTRACT

This study was conducted to analyze the nature of mathematical learning in an on-line continuing education course for teachers entitled *Geometry with Geometricks*. Teachers employed in a nation-wide network of privately-supported schools developed geometry activities using the software Geometricks and discussed them in virtual meetings, in real time, via chat or video-conference. In this pedagogical proposal, tele-presence conditioned the communication and provided the opportunity for virtual-togetherness-with-media. In a unique way, the resources of the video-conference made it possible for everyone to participate in and visually share geometrical constructions, encouraging interaction and active participation and constituting a virtual learning community through dialogue. The results indicate that, in this context, mathematical learning nature was characterized by: *collaboration*, in the virtual discussions that were woven from the contributions of all the participants; *collectivity*, to the degree to which mathematical production was conditioned by the humans-with-media thinking collective; and *argumentation*, as the development of mathematical conjectures and justifications was intense throughout the process, aided by the technologies that were present in the constant, collaborative interaction.

Key words: Distance education. On-line Mathematics Learning. Thinking collective. Collaboration. Mathematical argumentation. Learning Network.

SUMÁRIO

Capítulo I – Introdução	15
Capítulo II – Leis, atores e dinâmicas na Educação a Distância	26
Capítulo III – A concepção do curso	45
Capítulo IV – Argumentação e visualização no processo de aprendizagem matemática	71
Capítulo V – Fundamentação metodológica	82
Capítulo VI – Um retrato das discussões matemáticas.	106
Capítulo VII – Aprendizagem matemática em um ambiente <i>online</i>	131
Capítulo VIII – Considerações finais.	151
Referências bibliográficas.	157
Anexos.	169

ÍNDICE

CAPÍTULO I	
INTRODUÇÃO.	15
1.1 Meu percurso na UNESP.	15
1.1.1 Primeiro momento: a graduação	16
1.1.2 Segundo momento: o mestrado.	17
1.1.3 Terceiro momento: o doutorado.	18
1.2 O cenário no qual se insere esta pesquisa	19
1.3 Este estudo.	22
1.4 Estrutura da tese.	24
CAPÍTULO II	
LEIS, ATORES E DINÂMICAS NA EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA.	26
2.1 Aspectos históricos e normativos da EaD no Brasil	26
2.2 Algumas concepções de EaD	30
2.3 Educação <i>online</i>	33
2.4 O professor na EaD	38
2.5 O aluno na EaD.	42
CAPÍTULO III	
A CONCEPÇÃO DO CURSO	45
3.1 Visão de conhecimento, seres humanos, mídias e rede.	46
3.2 Modelos pedagógicos em cursos a distância.	49
3.3 Diálogo, interação e aprendizagem.	51
3.4 Comunidades virtuais de aprendizagem.	56
3.5 Formação de professores.	61
3.6 Aprendizagem colaborativa em ambiente <i>online</i>	64
CAPÍTULO IV	
ARGUMENTAÇÃO E VISUALIZAÇÃO NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA.	71
4.1 O raciocínio.	71
4.2 Argumentação matemática na sala de aula	73
4.3 Visualização e Educação Matemática.	75
CAPÍTULO V	
FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA.	82
5.1 Pesquisar em Educação Matemática	82
5.2 A origem da pesquisa	86
5.3 Procedimentos	89
5.4 O curso.	92
5.4.1 O ponto de partida.	92
5.4.2 Os recursos.	95
5.4.3 As atividades.	99
5.4.4 Características da EaD e o curso <i>Geometria com Geometricks</i>	102

CAPÍTULO VI	
UM RETRATO DAS DISCUSSÕES MATEMÁTICAS	106
6.1 Atividade 1	106
6.2 Atividade 2	109
6.3 Atividade 3	113
6.4 Atividade 4	117
6.5 Atividade 5	121
6.6 Atividade 6	123
6.7 Atividade 7	125
CAPÍTULO VII	
APRENDIZAGEM MATEMÁTICA EM UM AMBIENTE <i>ONLINE</i>	131
7.1 Coletivo pensante e visualização.	133
7.2 Aprendizagem matemática colaborativa em uma comunidade virtual.	139
7.3 Argumentação matemática colaborativa.	144
7.4 Uma breve síntese.	148
CAPÍTULO VIII	
CONSIDERAÇÕES FINAIS.	151
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	157
ANEXOS.	169
Anexo A.	170
Anexo B.	173
Anexo C.	174

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO V

FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA

Figura 5.1	96
Figura 5.2.	97
Figura 5.3.	98
Figura 5.4.	98

CAPÍTULO VI

UM RETRATO DAS DISCUSSÕES MATEMÁTICAS

Figura 6.1.1.	107
Figura 6.2.1.	109
Figura 6.2.2.	111
Figura 6.3.1.	113
Figura 6.3.2.	113
Figura 6.3.3.	113
Figura 6.3.4.	116
Figura 6.4.1.	117
Figura 6.4.2.	118
Figura 6.4.3.	118
Figura 6.4.4.	118
Figura 6.4.5.	118
Figura 6.4.6.	118
Figura 6.4.7.	118
Figura 6.4.8.	119
Figura 6.4.9.	119
Figura 6.4.10.	119
Figura 6.5.1.	121
Figura 6.5.2.	122
Figura 6.5.3.	122
Figura 6.5.4.	122
Figura 6.5.5.	123
Figura 6.5.6.	123
Figura 6.6.1.	125
Figura 6.7.1.	126
Figura 6.7.2.	127
Figura 6.7.3.	128
Figura 6.7.4.	129
Figura 6.7.5.	130
Figura 6.7.6.	130

CAPÍTULO VII

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA EM UM AMBIENTE *ONLINE*

Figura 7.1	137
Figura 7.2	137
Figura 7.3	137
Figura 7.4	138
Figura 7.5	146
Figura 7.6	146

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

*Para entender o coração e a mente de uma
pessoa, não olhe para o que ela já conseguiu,
mas para o que ela aspira*
Kail Gibran

Neste capítulo trago uma síntese da minha trajetória acadêmica, enquanto professora e pesquisadora em formação. Desse percurso nasceu a presente pesquisa de doutorado, cujos detalhes de sua estruturação e o contexto à qual se insere serão apresentados em seguida.

1.1 Meu percurso na UNESP

Há dez anos consecutivos sou aluna da UNESP – Universidade Estadual Paulista. Inicialmente vim para esta instituição cursar a graduação e, posteriormente, ingressei no Mestrado em Educação Matemática. Em continuidade desenvolvi, na mesma área, esta pesquisa de doutorado. Descrevo brevemente, então, a minha trajetória, que considero ímpar.

1.1.1 Primeiro momento: a graduação

Licenciatura em Matemática. Essa foi a opção, quando no final de 1996 fiz inscrição para o vestibular. Sempre estive segura de que esta seria a profissão que me realizaria como pessoa e profissional.

Buscando uma formação diferenciada, procurei desenvolver atividades concomitantes à minha formação em sala de aula. Participei do grupo PET – Programa Especial de Treinamento e procurei fazer estágios. Em 1998, fui selecionada para receber uma bolsa de estudos em nível de Extensão Universitária, com a orientação do Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba e da Profa. Dra. Miriam Godoy Penteadó. Naquele momento passei a integrar o GPIMEM¹, coordenado por esses professores naquela época.

Esse grupo teve e vem tendo uma importância indiscutível em toda a minha formação profissional. Foi nele que aprendi o que é ser pesquisador e que há também a possibilidade de ser pesquisador e professor e, dessa forma, o licenciado também pode fazer pesquisa. Em 1999 passei a ser bolsista de Iniciação Científica, com apoio financeiro do CNPq².

O grupo visava estudar a relevância da utilização da mídia informática na Educação Matemática. Nesse contexto se fez oportuno a tradução do *software* de geometria dinâmica Geometricks³, por Penteadó e Borba. Participei, junto a esses autores, da elaboração do manual desse *software* e de um conjunto de atividades que propunha familiarizar os usuários com seus comandos. Em continuidade, elaborei uma *homepage* que dava informações sobre o Geometricks e disponibilizava um *e-mail* na tentativa de dar suporte aos professores que faziam seu uso em suas salas de aula.

¹ Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática, que visa pesquisar a relevância do computador, calculadoras gráficas ou outros tipos de mídia na Educação Matemática e, mais recentemente, tem investigado questões que envolvem o uso de vídeo, análise de *softwares* e de Educação à Distância, incluindo o uso da Internet.

² Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. Bolsa balcão, no período de maio de 1999 a fevereiro de 2000. Projeto nº 100678/1999-8.

³ Desenvolvido por Viggo Sadolin, da The Royal Danish of Educational Studies, Copenhagen, Dinamarca. Tem como responsáveis pela versão em português a Profa. Dra. Miriam Godoy Penteadó e o Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, da UNESP, Rio Claro-SP.

Em todo esse período fui incentivada a participar de eventos científicos e a submeter trabalhos⁴, elaborados a partir da experiência como bolsista e integrante do GPIMEM.

O envolvimento com a geometria dinâmica, a participação em congressos e o contato com os professores que me procuravam em busca de suporte e que se encontravam envolvidos com os cursos oferecidos pelo GPIMEM, despertou o meu interesse em estudar sobre 'geometria dinâmica' e 'formação de professores', o que culminou em minha pesquisa de mestrado.

1.1.2 Segundo momento: o mestrado

Em outubro 2000, ingressei no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - PGEM⁵, sendo orientada pela Profa. Dra. Miriam Godoy Penteado. Estudei o perfil dos professores de Matemática que utilizam *softwares* de geometria dinâmica em suas aulas e o que pensam sobre os mesmos, e tive apoio financeiro da CAPES⁶.

A experiência do Mestrado foi muito importante para consolidar a escolha pela carreira acadêmica, conciliando docência e pesquisa. Como parte das exigências acadêmicas, fui novamente incentivada a participar de eventos científicos, publicando cinco trabalhos. Em Zulatto (2001a) e Zulatto (2001b) apresento discussões teóricas acerca do tema geometria dinâmica, que foi o referencial teórico principal da pesquisa. Concepções teóricas sobre as possibilidades dos *softwares* de geometria dinâmica, como as potencialidades do arrastar, da exploração e visualização nos processos de ensino e aprendizagem de Geometria eram foco central desses artigos.

Já os trabalhos Zulatto (2001c), Zulatto (2002a) e Zulatto (2003a) focaram os professores envolvidos na pesquisa e a concepção dos mesmos sobre as

⁴ Amaral et al. (1998), Amaral (1999a), Amaral (1999b), Amaral (2000a), Amaral (2000b), Amaral (2000c).

⁵ Área de concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos, junto ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas da UNESP – Universidade Estadual Paulista, em Rio Claro-SP.

⁶ Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

potencialidades e limitações dos *softwares* de geometria dinâmica. Nesses artigos, discorri sobre as características dos professores, sua formação, e como organizavam questões relacionadas à gestão da sala de aula quando incorporam a tecnologia na sua prática docente; como dividiam os alunos na sala de informática, como preparavam as atividades, entre outros aspectos. Além disso, apresentei os pontos positivos e negativos dos *softwares*, sob o ponto de vista desses professores, como a facilidade de visualizar propriedades geométricas, realizar construções e, por outro lado, a alta demanda de tempo para preparar e desenvolver esse tipo de trabalho diferenciado. Um outro artigo, com base nos resultados da pesquisa, foi publicado na revista GEPEM (ZULATTO; PENTEADO, 2006a).

Ainda durante o Mestrado tive a oportunidade de acompanhar de perto as ações da Rede Interlink, coordenada por Penteado, e que é formada por professores, pesquisadores e futuros professores de Matemática, que interagem, presencialmente e à distância, para discutir as implicações de recursos tecnológicos nas aulas de Matemática, bem como desenvolver e utilizar atividades que envolvam esses recursos em sala de aula.

O resultado do contato com interações à distância nessa rede, assim como com professores e pesquisadores, e com as pesquisas na área de formação de professores e Educação à distância, fortaleceram sobremaneira minha convicção no sentido de concentrar esforços em uma nova pesquisa, agora em nível de doutorado, sobre *interação online e Educação Matemática à distância*.

1.1.3 Terceiro momento: o doutorado

Em continuidade, dei início à pesquisa de Doutorado. Ao longo dos quatro anos estive também atuando como professora, adquirindo experiência profissional. Em exceção, durante alguns meses me afastei para coleta inicial de dados, e novamente tive apoio financeiro da CAPES. A prática docente possibilitou a publicação de uma experiência na revista da SBEM (ZULATTO, 2005a).

Continuei submetendo trabalho a eventos científicos⁷, onde foram abordadas questões levantadas no decorrer desta pesquisa, como a possibilidade de discutir Matemática em ambientes virtuais, e aspectos relacionados à análise dos dados.

Sempre pensando em obter uma formação diferenciada, pretendia fazer um estágio no exterior. No entanto, esse plano não pôde ser concretizado como inicialmente fora programado. Ainda assim, julgando ser relevante esta experiência de contato com um outro centro de estudos, com pesquisas realizadas em outro país, por pesquisadores aos quais dificilmente teria acesso estando no Brasil, fiz uma visita à Universidade de Lisboa, em Portugal, sob a orientação do Prof. Dr. João Pedro da Ponte, com duração de um mês.

Essa visita permitiu que eu conhecesse um outro centro de estudos, assim como a estrutura organizacional para a realização de uma pesquisa em um outro país. Pude, ainda, ter acesso a inúmeras referências bibliográficas, bem como manter contato com vários pesquisadores nas áreas de Educação e Educação Matemática.

Participei, ainda, de grupos de orientação, onde pude apresentar meu trabalho e receber sugestões sobre o seu encaminhamento. Além disso, assisti a algumas aulas em quatro disciplinas: "Didática da Álgebra", "Fundamentos da Didática da Matemática", "As Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino das Ciências" e "Desenvolvimento curricular em Matemática".

Essa experiência possibilitou o meu afastamento de todas as atividades cotidianas que tinha no Brasil e contribuiu para o processo de estruturação da tese, pois tinha maior tempo para dedicação exclusiva a ela. Desse modo, pude melhor definir os caminhos a serem percorridos nessa pesquisa, que descrevo a seguir.

1.2 O cenário no qual se insere esta pesquisa

A Educação à distância (EaD) tem tomado novos rumos nos últimos anos. Litwin (2001a) sintetiza sua história contando que essa modalidade nasceu no final

⁷ Zulatto (2003b), Zulatto (2004), Borba e Zulatto (2004), Zulatto (2005b), Zulatto e Penteado (2005), Zulatto (2006), Zulatto e Penteado (2006b), Zulatto e Borba (2006) e Borba e Zulatto (2006).

do século XIX. Com o tempo, novas possibilidades tecnológicas mudaram a forma de pensar e fazer a EaD. Especificamente na Educação superior, Vianney et al. (2003, p.9) explicitam que

[...] os ventos da mudança para este cenário trazem a 'educação virtual', que tem mostrado os seus benefícios não para substituir a educação presencial, mas, sim, para articular-se com esta de maneira complementar, sinérgica, produtiva e criativa, [...] [visto que] o uso das novas tecnologias permite transcender os limites geográficos e as barreiras acadêmicas institucionais.

No Brasil, segundo esses autores, até a década de 1990 a EaD se ocupava principalmente em desenvolver cursos livres de iniciação profissionalizante e supletivos, utilizando-se de recursos como correspondência de material impresso e aulas transmitidas por televisão. Na segunda metade da década de 1990 surge, no entanto, "a Universidade Virtual, entendida como ensino superior a distância com uso de Novas Tecnologias de Comunicação e Informação (NTIC)⁸, em especial a Internet e a videoconferência" (VIANNEY et al., 2003, p.16).

Os cursos à distância com maior número de autorizações pelo MEC destinavam-se à formação de professores para os ensinos fundamental e médio. Inicialmente eles se desenvolviam por meio impresso e contavam com unidades de apoio (com biblioteca e tutoria presencial) instaladas em pequenas e médias cidades do interior do país (VIANNEY et al., 2003).

Litwin (2001b) nos faz refletir sobre o termo EaD, questionando a possibilidade de alterá-lo, visto que, mais e mais, ela não se define pela distância, que está desaparecendo com o uso cada vez maior das TIC. E concordo com essa autora ao afirmar que "o que seguramente não vamos mudar é a sua definição de educação e a busca de produzir um bom ensino, do mesmo modo que em qualquer outra proposta educativa" (p.11).

É nesse cenário que, desde 2003, investigar sobre Educação Matemática à Distância passou a ser, então, o foco das minhas atividades científicas e as recentes oportunidades de interação virtual, proporcionadas pelas TIC, propiciaram a reflexão sobre vários aspectos: como acontecem as interações? É possível discutir sobre

⁸ Nesse trabalho, escrevo apenas TIC – Tecnologia da Informação e Comunicação para designar esses recursos tecnológicos, uma vez que considero relativo o uso de "novas" tecnologias: novas para quem? Por que são novas?

conteúdos matemáticos? Como se caracteriza a aprendizagem matemática que ocorre em cursos desenvolvidos nesse ambiente?

Com o intuito de clarear estes questionamentos é que foi estruturada a pergunta diretriz deste trabalho:

Qual a natureza da aprendizagem matemática em um curso online de formação continuada em Geometria?

Focar a “natureza da aprendizagem” significa, a meu ver, entender como se caracteriza a aprendizagem matemática. Assim, o objetivo desta pesquisa é analisar como acontece a aprendizagem matemática em um ambiente virtual; como se desenvolvem as discussões de cunho matemático; como as pessoas comunicam suas idéias; como expressam seu raciocínio; como se realiza a interação entre as pessoas e as TIC.

Estudos como os de Bairral (2002), Bello (2004), Borba (2004), Gracias (2003), Lopes (2004), Morgado (2003), Santos (2006) entre outros, narram experiências de cursos desenvolvidos à distância no âmbito da Educação Matemática. Porém, apesar das iniciativas existentes, esses próprios autores notam a carência de pesquisas sobre esse tema.

Dessa forma, acredito ser importante fazer este estudo por sustentar que a discussão matemática, base para a produção do conhecimento matemático, apresenta algumas características diferenciadas. A própria simbologia da Matemática modifica (e por vezes dificulta) a comunicação à distância e ressalta a necessidade de se pensar aspectos como a visualização, por exemplo, que é parte do processo usual do aprendizado em Geometria. Assim sendo, espero trazer contribuições para ampliar o conhecimento sobre Educação Matemática à distância.

1.3 Este estudo

Como mencionei, alguns estudos no campo da Educação Matemática à distância já foram desenvolvidos, cada um com suas características particulares. O trabalho desenvolvido por Bairral (2002, p.1) visou “analisar as influências do processo teleinterativo para o desenvolvimento do conteúdo do conhecimento profissional em Geometria”, a partir de uma experiência com professores de Matemática, a qual propôs uma estrutura de ambiente virtual para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental.

Em sua tese, Morgado (2003) relata uma experiência em um curso à distância, via Internet, para professores de Matemática, cuja ênfase era o uso de planilhas de cálculo (excel) nas aulas de Matemática. Seu trabalho descreveu a organização do curso (desde a preparação do material até o acompanhamento das atividades desenvolvidas pelos professores-alunos) e apresentou uma análise sobre as questões pedagógicas, computacionais e matemáticas que surgiram no decorrer do curso.

O contexto das pesquisas desenvolvidas por Bello (2004) e Lopes (2004) foi o mesmo, porém, com focos distintos. Ambos trabalharam em um curso a distância intitulado Projeto Transformações, oferecido para alunos do ensino médio de diferentes escolas da cidade de São Paulo. Bello (2004) preocupou-se com a colaboração entre participantes, alunos e mediadores, no que se refere às possibilidades de produção de conhecimento. E Lopes (2004), por sua vez, tinha como objetivo propor e analisar um modelo de avaliação para este curso no qual a interação se dava a partir de discussões sobre atividades de Geometria, mais especificamente transformações geométricas (isometrias).

Borba, desde 2000, tem oferecido cursos de extensão universitária a professores de Matemática, desenvolvidos a distância, por *chat*, que realçam as Tendências em Educação Matemática. As discussões centram em temas como Etnomatemática, Modelagem Matemática, entre outros. Dessa forma, o foco inicialmente não eram as questões matemáticas. Relata, todavia, que estas têm surgido desde que incorporou o tema “fractais” (BORBA, 2004). No segundo semestre de 2005, dedicou algumas das aulas ao estudo de Geometria Espacial e

uma pesquisa foi recém finalizada por Santos (2006) focando a produção matemática nesse ambiente. Para tanto, explorou diferentes concepções de espaço e concluiu que a produção matemática *online* é condicionada pelo ator Internet e pelas demais tecnologias.

Também analisando esses mesmos cursos de extensão universitária, Gracias (2003, p.9) discutiu "o papel das tecnologias da informação e comunicação na reorganização do pensamento, quando atores informáticos são incorporados ao processo de produção do conhecimento", incluindo questões como a noção de espaço e proximidade em ambientes virtuais de aprendizagem.

Embora tais pesquisas tenham sido realizadas, Borba (2004) observa que ainda são muitas as questões em aberto que envolvem o aspecto da comunicação matemática à distância. Desde 2004, o GPIMEM firmou convênio com a Fundação Bradesco e tem oferecido cursos de formação continuada para seus professores, na área de Geometria e Funções, desenvolvidos totalmente à distância. Esses cursos têm servido de espaço para a realização de diferentes pesquisas (BORBA, 2005; ZULATTO; BORBA, 2006), e onde também se enquadra a que ora relato.

Dessa forma, esta pesquisa vem complementar as demais na medida em que analisa aspectos da aprendizagem matemática em três edições de um curso na área de Geometria, denominado *Geometria com Geometricks*, realizado em parceria com a Fundação Bradesco.

Essa Fundação tem escolas em diferentes localidades do país e por se preocupar com a formação contínua dos seus profissionais, fomentou um curso que familiarizasse seus professores de Matemática com a tecnologia informática, mais precisamente com o *software* de geometria dinâmica Geometricks.

Embora distantes fisicamente, os professores da Fundação se reuniam em encontros/aulas aos sábados, com duração de duas horas cada, em horário pré-determinado, via *chat* ou videoconferência, para discutir questões de Geometria e de informática educativa.

Estas particularidades podem contribuir de forma a iluminar outros cursos, ao compreender sua dinâmica de interação, as possibilidades e dificuldades que este tipo de trabalho, em conjunto e à distância, proporciona. Os resultados poderão também oferecer subsídios aos cursos de formação continuada, que muitas vezes

também são suporte aos professores, dando-lhes a oportunidade de, presencialmente e/ou virtualmente, discutirem, trocarem experiências, informações, opiniões, etc. A análise da natureza da aprendizagem matemática nesta experiência é a principal contribuição deste trabalho no contexto das pesquisas existentes em EaD e em Educação Matemática.

1.4 Estrutura da tese

Neste primeiro capítulo, delineei o caminho percorrido para a estruturação dessa pesquisa e o seu contexto inicial. No capítulo II apresento aspectos relevantes da EaD, pontuando, inicialmente, sobre questões históricas e normativas e, em seguida, caracterizando teoricamente o seu conceito. Em continuidade discuto que, com a disseminação cada vez maior de recursos informáticos, como a Internet, a EaD se modificou e a oportunidade de sua realização *online* foi ampliada. Por fim teço, nesse cenário, considerações acerca do papel do professor, e também do aluno.

O curso *Geometria com Geometricks* tem algumas características particulares. Foi um curso na área de tecnologia informática, visando a formação continuada de professores de Matemática, com ênfase em Geometria. Havia um número pequeno de alunos e apoio institucional, o que possibilitou o uso de recursos informáticos para aproximar os participantes, numa proposta pedagógica composta de encontros por *chat* ou videoconferência. Esse *design* foi estruturado a partir da concepção de que o conhecimento é produzido por atores humanos e não humanos em um processo colaborativo. E por considerar, também, que a aprendizagem matemática acontece a partir do diálogo, da interação entres alunos e professores, qualquer que seja a distância física entre eles. Aprofundo essas concepções no capítulo III.

No capítulo IV discorro sobre aspectos matemáticos que embasaram a elaboração e análise do curso. Em particular, aspectos da argumentação matemática, visualização e geometria dinâmica.

O capítulo V tange a fundamentação metodológica desta pesquisa, em que justifico a minha escolha pela abordagem qualitativa a partir da visão de conhecimento que assumo. Nele são apresentados, ainda, os procedimentos metodológicos, em especial o processo de coleta de dados. O cenário dessa pesquisa é também detalhado, onde aponto os passos iniciais para a estruturação do curso *Geometria com Geometricricks*, seus participantes e a natureza das atividades propostas. E finalizo com algumas considerações acerca dessa experiência com olhar da teoria sobre EaD apresentada no capítulo III.

Para acompanhar o desenvolvimento dessas atividades no decorrer do curso, o capítulo VII apresenta discussões matemáticas que se destacaram durante os encontros por *chat* ou videoconferência. Uma análise dessas discussões, à luz da literatura, é feita no capítulo VIII, focando a natureza da aprendizagem matemática nesse contexto.

Para encerrar, teço algumas considerações finais no capítulo IX, retomando aspectos relevantes desta pesquisa e vislumbrando possíveis desdobramentos para futuras investigações.

CAPÍTULO II

LEIS, ATORES E DINÂMICAS NA EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA: ALGUMAS ARTICULAÇÕES

*Não tenho um caminho novo. O que eu
tenho de novo é um jeito de caminhar*
Thiago de Melo

Ao desenvolver esta pesquisa foi necessário um estudo para conhecer as perspectivas dos autores da área de Educação a distância (EaD), suas teorias e as principais questões que envolvem esse tema. Apresentar essa revisão de literatura é o objetivo principal deste capítulo. À luz dos autores estudados, espero contribuir para a reflexão na área da EaD, na tentativa de caracterizar o seu cenário.

2.1 Aspectos históricos e normativos da EaD no Brasil

Vianney et al. (2003) realizaram uma ampla pesquisa sobre EaD no país. Observam que até o final do século XX, as Instituições de ensino superior não ofereciam cursos dessa natureza e a 1ª Geração de EaD “surgiu em 1904, com o ensino por correspondência: instituições privadas ofertando iniciação profissional em áreas técnicas, sem exigência de escolarização anterior” (p.31). Esse modelo se

consolidou na segunda metade do século passado, com o desenvolvimento do Instituto Monitor, do Instituto Universal Brasileiro e de outras organizações de mesma natureza, que ofereciam cursos de iniciação profissionalizante pelo ensino por correspondência impressa.

A 2ª Geração de EaD, segundo Vianney et al. (2003, p.31), foi demarcada pelos cursos supletivos no modelo de teleducação, “com aulas via satélite complementadas por kits de materiais impressos”, nas décadas de 1970 e 1980, e também “pelo uso de mídias de comunicação, tais como: rádio, televisão, fitas de áudio, conferências pelo telefone, etc.” (TORRES, 2004, p.30).

Em 1996, após dois anos da expansão da Internet no ambiente universitário, oficializou-se a primeira legislação específica na área de EaD no ensino superior. Essa expansão deu início à 3ª Geração da EaD, “que vem se estruturando às custas de uma tecnologia avançada” (TORRES, 2004, p.31).

Essa geração tem se fortalecido com a legislação. Fragale Filho (2003, p.13) explica:

Vista com desconfiança, tratada como uma forma supletiva ou complementar do ensino presencial, ela foi quase ignorada nas preocupações legislativas relativas à regulamentação da educação no Brasil. No entanto, com o surgimento de novas tecnologias, rompem-se as barreiras que tornam sua ampliação possível, proporcionando um aumento de oferta sem precedentes e introduzindo sua regulamentação na agenda legislativa.

Dessa forma, tratar de questões que envolvem a regulamentação, como distinguir a EaD da Educação presencial, quais os procedimentos necessários para definir e avaliar as práticas, tornou-se um desafio para os formuladores da política pública educacional, “quando eles se vêem compelidos a elaborar, aprovar e implementar propostas legislativas para o setor” (FRAGALE FILHO, 2003, p.13).

A lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (LDB) procurou apresentar metas quantitativas e qualitativas a serem alcançadas no âmbito da EaD, deixando de tratá-la como projeto experimental (LOBO, 2000). Dos poucos artigos referentes à EaD, o parágrafo 4º do art. 80 assegura que

[...] a EaD gozará de tratamento diferenciado, que incluirá: I) custos de transmissão reduzidos em canais comerciais de radiodifusão sonora e de sons e imagens; II) concessão de canais com finalidades exclusivamente educativas; III) reserva de tempo mínimo, sem ônus para o Poder Público, pelos concessionários de canais comerciais.

E esse artigo ainda afirma que a EaD só poderia ser oferecida por instituições credenciadas pela União, cabendo a esta regulamentar os requisitos necessários para a realização de exames e registro de diplomas. Assim sendo, enquanto não fossem regulamentados esses aspectos, as demais disposições permaneceriam sem efetivação (LOBO, 2000).

E o inciso III do parágrafo 3º do art. 87 postula que cabe ao Município e, supletivamente, ao Estado e à União, a realização de programas de capacitação para todos os professores em exercício, podendo, para isso, fazer uso da EaD. O Decreto 2.494, de 10 de fevereiro de 1998 avançou um pouco mais, regulamentando o art. 80 da LDB e definindo a EaD como

[...] uma forma de ensino que possibilita a auto-aprendizagem, com a mediação de recursos didáticos sistematicamente organizados, apresentados em diferentes suportes de informação, utilizados isoladamente ou combinados, e veiculados pelos diversos meios de comunicação.

O que se percebeu, atenta Fragale Filho (2003), foi que, na verdade, o art. 80 da LDB não explicitou claramente o conceito legislativo de EaD, mas procurou apontar quem poderia oferecê-la e indicou a forma como deveriam ser estruturados os mecanismos de controle. Nessa direção, questiono o que se entende por "auto-aprendizagem". Acredito que o aluno, ao optar por uma formação à distância, terá que assumir grande responsabilidade pelo seu aprendizado, caracterizada pela *autonomia* e pela *disciplina* por alguns autores, especialmente quando o tempo é flexível. No entanto, considero relevante salientar que o acompanhamento do aluno, especialmente em processos de formação formal, a meu ver, é fundamental para o seu desenvolvimento.

Ainda sobre o Decreto, ficou determinado que todas as instituições credenciadas para oferecer EaD poderiam fazê-lo seguindo os critérios estabelecidos dois meses depois, no art. 2º da Portaria 301, de 7 de abril de 1998.

Em 18 de outubro de 2001 foi outorgada a Portaria 2.253, que faculta o desenvolvimento de disciplinas não-presenciais em cursos de graduação presenciais reconhecidos, mesmo que a Instituição não esteja credenciada para oferecer EaD. De acordo com essa portaria, as disciplinas poderiam ser realizadas em parte, ou na sua totalidade, utilizando-se de recursos não presenciais, no limite de 20% da carga horária prevista para o desenvolvimento de todo o currículo do curso. Segundo

Fragale Filho (2003, p.20), essa "portaria acabou criando um patamar numérico que, uma vez ultrapassado, transforma um curso presencial em não-presencial, ou seja, a distância". E analisando essa possibilidade, nota que

[...] isso quer dizer que trata a oferta parcial de conteúdos não-presenciais sob a rúbrica do experimentalismo, não a incluindo, em sentido estrito, no universo relativo à EaD, o que é uma pena, já que o próprio PNE⁹ recomenda a busca de uma clara articulação entre ensino presencial e não-presencial (FRAGALE FILHO, 2003, p.20).

Em 19 de dezembro de 2005 foi outorgado o Decreto 5.622, que traz, no art. 1º, um novo conceito de EaD:

Caracteriza-se a educação a distância como modalidade educacional na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino e aprendizagem ocorre com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, com estudantes e professores desenvolvendo atividades educativas em lugares ou tempos diversos.

Além disso, ainda são exigidos momentos presenciais para a avaliação dos estudantes; estágios obrigatórios e defesa de trabalhos de conclusão de curso, quando previstos na legislação pertinente; e atividades relacionadas a laboratórios de ensino. Explicita, também, os níveis de ensino aos quais a EaD poderá ser oferecida e ressalta que "os cursos e programas a distância deverão ser projetados com a mesma duração definida para os respectivos cursos na modalidade presencial".

Entre os requisitos exigidos, é sugerido que a instituição que pretende oferecer cursos a distância procure "apresentar corpo docente com as qualificações exigidas na legislação em vigor e, preferencialmente, com formação para o trabalho em educação a distância".

Outros aspectos ainda foram abordados nesse Decreto, o que mostra uma preocupação normativa com as questões relacionadas à EaD. Alguns pontos certamente ainda deverão ser tratados, mas estes aparecerão a partir das experiências realizadas nessa modalidade.

⁹ PNE – Plano Nacional de Educação.

2.2 Algumas concepções de EaD

O ensino presencial está enraizado em nossas vidas. A ele se associa a prática desenvolvida de forma unicamente presencial, através de encontros físicos entre as pessoas envolvidas no processo. Há, portanto, dia, local e hora determinados e, usualmente, fixos (MORAN, 2002).

Por outro lado, quais são as principais características da EaD? Para Torres (2004, p.60), esta é uma

[...] forma sistematizada de educação que se utiliza de meios técnicos e tecnológicos de comunicação bidirecional/multidirecional no propósito de promover a aprendizagem autônoma por meio da relação dialogal e colaborativa entre discentes e docentes eqüidistantes.

A separação entre professor e aluno em espaço e/ou tempo; o controle do aprendizado realizado com maior intensidade pelo aluno; e a comunicação mediada por documentos impressos ou alguma forma de tecnologia são as características principais da EaD para Gonzalez (2005).

Do ponto de vista de Moran (2003), a estruturação de um curso à distância pode disponibilizar de

- aulas presenciais regulares e que têm alguma ou algumas poucas atividades complementares à distância;
- carga horária presencial e à distância equilibradas;
- poucos encontros presenciais, para sua organização, e demais carga horária à distância;
- nenhum contato físico entre professor e aluno, com atividades desenvolvidas basicamente à distância.

Desse modo, temos um grupo que relaciona a EaD a um processo educativo que tem uma parcela de sua carga horária para momentos não presenciais, no qual cada pessoa envolvida determina o seu local de estudo (em casa, no trabalho, etc.). Ou seja, parte das atividades de ensino e aprendizagem é realizada sem encontro físico entre os participantes (incluindo, assim, os três primeiros itens supracitados).

Nessa posição podemos citar Soares (2003), que define a EaD como sendo

[...] o processo em que: a) existe separação total [geográfica] entre o professor e o aluno durante a **maioria** do tempo que durar o processo de ensino e aprendizagem; b) se faz uso de recursos tecnológicos para unir o professor a seus alunos, os alunos entre si, e para transportar informações e conteúdos didáticos; c) se garante a existência de comunicação de duas mãos, entre professor e alunos; d) se transfere o controle do processo de aprendizagem basicamente para os próprios alunos (p.92, grifo meu).

Uma outra concepção de EaD caracteriza-se pelo encontro não presencial na totalidade dos processos de ensino e aprendizagem (como descreve o último item de Moran (2003)). Nesse caso, quando se concilia encontros presenciais e momentos não presenciais, denomina-se Educação semi-presencial.

Para Moran (2002, p.1), "a educação a distância pode ter ou não momentos presenciais, mas acontece fundamentalmente com professores e alunos separados fisicamente no espaço e ou no tempo, mas podendo estar juntos através de tecnologia de comunicação". Essa é a concepção que assumo. Para mim, o foco não está na quantidade de horas presenciais, mas na possibilidade de interação a distância entre os atores do processo, através da tecnologia. Aproximar pessoas geograficamente distantes, possivelmente abrindo espaço à troca entre culturas diferentes, é o fator central que define essa modalidade de ensino.

Por outro lado, a grande crítica à EaD é a falta de envolvimento mais próximo entre as pessoas, pois, por não se encontrarem fisicamente, elas não interagem "olho no olho", o que pode causar uma posição de não comprometimento por parte de algumas pessoas, prejudicando o bom andamento do curso. Ademais, pode ocasionar o desestímulo, acarretando um alto índice de evasão. No entanto, questiono se com o avanço das tecnologias da informação e comunicação (TIC), ainda vivemos todo esse distanciamento? Com recursos como a videoconferência, onde é possível a comunicação entre professores e alunos em tempo real, utilizando-se de som e imagem, será que estamos tão ausentes do "olho no olho"?

Essa questão da "proximidade" tem sido foco de debate e traz questionamentos acerca dos aspectos do conceito de "distância". Moran (2003, p.11) pontua que "com as tecnologias cada vez mais rápidas e integradas, o conceito de presença e distância se altera profundamente e as formas de ensinar e aprender também". Outros autores corroboram essa idéia, como Litwin (2001b) e Martins (2003), que acreditam que

[...] a modalidade a distância costuma caracterizar-se por sua flexibilidade em torno da proposta de ensino, e que hoje, como resultado do desenvolvimento das tecnologias da comunicação, as interações entre docentes e alunos são favorecidas, encurtando as distâncias na modalidade. [...] Talvez tenhamos de dar outro nome para a educação a distância, visto que hoje ela já não se define pela distância [física] (LITWIN, 2001b, p.10-1). As possibilidades cada vez mais intensas de conectividade e de interação, propiciadas pela Internet e pelo desenvolvimento das telecomunicações em geral, tornam a noção de presença e distância bastante discutíveis (MARTINS, 2003, p.157).

Essa distância tem sido relacionada aos conceitos de “local” e “tempo”. Algumas definições de EaD partem de sua flexibilidade, como Castro (2006, p.3), que afirma que o espaço e o tempo estão se transformando, “não se constituindo fatores limitantes para aluno e profissionais da educação”. E ainda outros, como Porter (1997):

[...] alunos que participam em programas de aprendizagem a distância podem receber alguns ou todos os seguintes benefícios: podem aprender independentemente, em seu próprio ritmo, em um local conveniente, em um tempo conveniente, sobre uma variedade maior de temas, em uma variedade maior de instituições (p.13).

Litwin (2001a, p.14) ainda acrescenta que o caráter distintivo dessa modalidade “consiste na mediatização das relações entre os docentes e os alunos”. Dessa forma, acredita que é possível modificar a proposta de assistência à aula tradicional por uma proposta de ensino e aprendizagem não convencionais, “em espaços e tempos que não compartilham”.

Essa caracterização rege algumas concepções de EaD e acabam por permear também os recursos tecnológicos utilizados, o papel do professor, a proposta pedagógica, entre outros aspectos. Ao tentar prever o cenário da EaD no século XXI, Belloni (2001) postula que o mais provável será o de

[...] sistemas de ensino superior ‘mistos’ ou ‘integrados’, que oferecem oportunidades diversificadas de formação, organizáveis de modo flexível, de acordo com as possibilidades do aluno, com atividades presenciais e a distância, com uso intensivo de tecnologias e com atividades presenciais, **mas sem professor**, de interação entre estudantes, que trabalharão em equipe de modo cooperativo (p.7, grifo meu).

Não acredito na possibilidade de ausência do professor, porém Niskier (2000, p.49) corrobora essa idéia, e ressalta que toda a estrutura organizacional também é modificada:

Parte-se de um conceito extremamente simples: alunos e professores estão separados por uma certa distância e, às vezes, pelo tempo. A modalidade modifica aquela velha idéia de que, para existir ensino, seria sempre

necessário contar com a figura do professor em sala e de um grupo de estudantes.

Acredito que a definição de EaD vai, ainda, além das possibilidades de encurtar as distâncias físicas e de possibilitar flexibilidade com relação ao tempo. Concordo com Belloni (2001) e Torres (2004), que é preciso considerar a necessidade de atender às demandas de grupos específicos, especialmente na educação da população adulta, tanto em nível de formação inicial como continuada. E como assegura Oliveira (2003, p.12),

[...] esse novo jeito de conceber o processo de ensinar/aprender a distância deve afastar-se do modelo estandarizado e massificado de EaD, pertinente à racionalidade técnica, para compor projetos de caráter mais local e destinados a determinados contextos, tomando por base as condições e possibilidades concretas das instituições e clientelas que deles venham a participar.

Por fim, destaco que o misto de EaD e Educação presencial tem sido apontada entre alguns pesquisadores como uma alternativa de ensino preciosa, como por Kenski (2003), Demo (2003), Moran (2003), entre outros, e é enfatizada como uma forte tendência para os próximos tempos. Também é forte a tendência de se utilizar a tecnologia informática, mais especificamente a Internet, nesse processo, a qual se denomina Educação *online*.

2.3 Educação *online*

Muitos dos cursos realizados à distância se desenvolviam, e ainda hoje se desenvolvem, por material impresso, enviado pelo correio. Nesse caso, a mídia escrita é o principal recurso utilizado. Atualmente a informática possibilita conectar um computador, em tempo real ou *online* (TORRES, 2004), por cabo, antena, satélite ou linha telefônica, trazendo outras formas de comunicação e, para diferenciar os processos de ensino e aprendizagem que acontecem por meio desse novo recurso é que surgiu o termo Educação *online*. Moran (2003, p.39) a define como "o conjunto

de ações de ensino e aprendizagem desenvolvidas por meios telemáticos, como a Internet, a videoconferência e a teleconferência¹⁰”.

Silva (2003a) destaca que proporcionar Educação *online* exige tecnologia própria, visto que é ela que permite a comunicação nos momentos não presenciais, possibilitando a troca de material didático, a discussão de dúvidas e o planejamento de trabalhos em grupo.

Harasim et al. (1996, p.24) alerta, no entanto, que é importante estabelecer “quais os melhores meios para que se alcancem os objetivos do curso dentro dos limites dos recursos existentes, levando-se em conta a localização geográfica dos alunos”, onde nem sempre estariam disponíveis recursos como a videoconferência.

Uma opção presente em muitas experiências de EaD *online* é a utilização de um “Ambiente Virtual de Aprendizagem” (AVA). Alguns autores têm abordado esse tema, como Gomes (2003, p.25), que o define como

[...] ambiente tecnológico no ciberespaço¹¹ que permite o processo de ensino e aprendizagem através da mediação pedagógica entre os alunos ou um grupo de alunos e o professor ou um grupo de professores, ou outros agentes geograficamente dispersos. Apresenta-se em forma de portais, banco de dados, bibliotecas virtuais, cursos a distância, museus ou outros.

Valentini e Soares (2005, p.19) notam que o conceito de AVA vai além de um conjunto de páginas educacionais na *Web*, ou de *sites* com diferentes ferramentas de interação e de imersão (realidade virtual), pois o entendem como “um espaço social, constituindo-se de interações cognitivo-sociais sobre ou em torno de um objeto de conhecimento: um lugar na Web, ‘cenário onde as pessoas interagem’, mediadas pela linguagem hipermídia”.

Nessa concepção, AVA está relacionado “ao desenvolvimento de condições, estratégias e intervenções de aprendizagem num espaço virtual na Web” (VALENTINI; SOARES, 2005, p.20), organizado de tal maneira que possibilite a produção de conhecimento, por meio da interação entre os atores do processo e o

¹⁰ A diferença é bem explicitada por Moran (2003, p.40, grifo do autor): “A *teleconferência* é uma comunicação audiovisual, normalmente por satélite, que tem um centro produtor de imagem e som e muitos possíveis centros de recepção (telesalas) que permitem algum retorno (*e-mail*, fax, telefone ou áudio). A *videoconferência* tem mais de um centro produtor. Podem ser vistos os alunos de uma ou várias salas”.

¹¹ Lévy (1999, p.92) define ciberespaço como “o espaço de comunicação aberto pela interconexão mundial de computadores e das memórias dos computadores”. Esse conceito será aprofundado no capítulo III.

objeto de conhecimento. E, assim sendo, pode ser um espaço para a EaD *online* ou para o suporte na aprendizagem presencial.

Como em todo processo que envolve ensino e aprendizagem, Prado e Almeida (2003, p.81) ressaltam que esses ambientes

[...] podem configurar-se com características que viabilizam as atividades reflexivas e colaborativas, mas a existência de seus recursos por si mesmo não garante o desenvolvimento de ações dessa natureza. São os profissionais envolvidos com o planejamento e a execução pedagógica do curso (coordenadores, docentes e monitores) que dão significado para o uso dos recursos dos ambientes virtuais por meio de criação e recriação de estratégias apropriadas.

Martins (2003) ainda complementa que promover um ambiente de aprendizagem que dê suporte para o aluno criar autonomia no seu percurso de aprendizagem é um dos maiores desafios dos profissionais que atuam em EaD. Britain e Liber (apud AZEVEDO, 2006a) chamam a atenção que para isso ocorrer, tem de haver um modelo pedagógico projetado com essa perspectiva, que normalmente não é explicitado.

Esclareço que essa, entre outras perspectivas apresentadas neste capítulo, não são exclusivas da EaD. Muitas delas norteiam também o ensino presencial. Nesse momento, no entanto, o foco é a EaD, objeto de estudo neste trabalho.

Quanto ao público que se pretende atingir com a EaD *online*, é importante observar que, como em todo processo educacional, há propostas com diferentes perspectivas. Há aquelas que se preocupam com a educação em massa, que acabam tendo uma veia mais transmissiva e condutivista, através da utilização apenas de teleconferências e/ou disponibilização de material para estudo sozinho, por exemplo, em que, segundo Niskier (2000, p.50-1), "pode-se economizar recursos e tempo [...] e pode-se atender a um número maior de alunos, a custos bem mais baixos, com resultados muito mais apreciáveis, em termos de qualidade".

Para Litwin (2001a, p.20), no entanto, "as boas propostas de EaD nunca implicaram o barateamento dos custos, mas, fundamentalmente, o compromisso do país ou da região com a educação pública", embora sejamos conscientes que muitos programas governamentais preconizam a redução de custos, quando optam pela EaD, pregando que, ainda assim, focam a Educação de qualidade.

A meu ver, é difícil atingir um grande número de pessoas com Educação de qualidade, qualquer que seja a modalidade. Da mesma forma, entendo que Educação de qualidade não se faz de forma barata. Experiências presenciais se diferem daquelas realizadas a distâncias, mas ambas requerem investimento. Se por um lado as experiências em EaD economizam com construções físicas (prédios para sala de aula, etc.), por outro têm um gasto contínuo com recursos tecnológicos e humanos, por exemplo. Dar oportunidade às pessoas fisicamente distantes dos centros de ensino, propiciar a interação entre alunos e professores quando esses não têm a opção de se encontrar presencialmente, e flexibilizar o acesso à formação no tempo disponível de cada participante, para mim, são exemplos do verdadeiro potencial da EaD.

Considero relevante investir nas propostas de cunho mais aberto que, como diz Oliveira (2003) e Kenski (2003), enfatizam o processo de produção de conhecimento, numa perspectiva pedagógica transformadora. Para Moran (2003), a projeção futura é um mix de teleconferência, videoconferência, Internet, atividades individuais e em pequenos grupos, desenvolvidos em variados momentos: antes e depois das aulas, estando *online* ou *off-line*.

Para Valente (2003a, 2003b), a partir dessa perspectiva a proposta pode ser caracterizada em três abordagens, que se diferem pelo grau de interação entre professor e aluno.

Na *broadcast*, a informação é enviada ao aprendiz, via Internet, e não existe nenhuma interação entre ele e o docente. É a relação comumente denominada de 'um para todos'. Devido ao número grande de pessoas que pode estar recebendo essa informação é quase impossível a interação entre emissor e receptor. Sem essa interação, fica difícil de saber se o aprendiz foi capaz de se apropriar da informação, convertendo-a em conhecimento (VALENTE, 2003b, p.30).

Já na chamada "virtualização da escola tradicional", é previsto um mínimo de interação entre professor e aluno, numa relação de "um para poucos". Entretanto, essa interação se realiza de forma semelhante à praticada em uma sala de aula presencial, em que o professor requisita o desenvolvimento de atividades, que são enviadas pelo aluno para que seja avaliada. A interação acaba por se restringir, em sua maioria, à troca de perguntas e respostas o que é certamente insuficiente para saber se foi atribuído significado à informação disponível (VALENTE, 2003b).

Essa perspectiva é consoante com a perspectiva de Oliveira (2003) de que muitas experiências em EaD *online* têm acontecido como uma adaptação da aula presencial, com uma nova roupagem, mais sofisticada, o que a torna, precocemente, obsoleta para os dias atuais.

Nessa mesma direção, Palloff e Pratt (2002) falam do desenvolvimento de um novo paradigma educacional, que requer uma nova pedagogia, a chamada pedagogia eletrônica, que não demanda a mudança do curso ou do currículo, mas da própria prática docente. Esse novo paradigma, de interação “muitos para muitos”, está próximo da abordagem “estar junto virtual”, discutida por Valente (2003a, 2003b), que

[...] envolve múltiplas interações no sentido de acompanhar e assessorar constantemente o aprendiz para poder entender o que ele faz e, assim, propor desafios que o auxiliem a atribuir significado ao que está desenvolvendo. Essas interações criam meios para o aprendiz aplicar, transformar e buscar outras informações e, assim, construir novos conhecimentos (VALENTE, 2003a, p.5).

De todo o modo, Kenski (2003, p.68) ressalta que “o ambiente educacional virtual não suprime o espaço da Educação presencial. Ao contrário, ele o amplia”, e Moran (2003) argumenta que é possível valorizar “o melhor do presencial e do virtual” (p.46). Para esse autor, para nos conhecermos, criarmos laços, organizarmos grupos de trabalho, etc., é melhor estarmos presencialmente reunidos. E, para aproveitarmos a flexibilidade do tempo e do espaço, entre outras vantagens, o virtual é uma boa alternativa. No entanto, ele nos alerta que “aprender a ensinar e aprender, integrando ambientes presenciais e virtuais, é um dos grandes desafios que estamos enfrentando atualmente na educação no mundo inteiro” (p. 49).

Por fim, vale lembrar de alguns aspectos que não têm recebido muito destaque, mas são também importantes para a constituição de um curso *online* e merecem reflexão. Nova e Alves (2003) discutem sobre o potencial de imagens, que usualmente são pouco utilizadas. Belisário (2003) trata da questão do material didático de cursos à distância e afirma que a Internet pode oferecer uma grande contribuição. Mustafá (2003) traz, ainda, mais um aspecto: qual a biblioteca de cursos *online*? Essa autora apresenta argumentos que justificam a necessidade de se preocupar com a existência de um bibliotecário em cursos dessa natureza.

2.4 O professor na EaD

Silva, no prefácio do livro "Educação *online*" (2003a), no seu artigo "Criar e professorar em um curso *online*: relato de experiência" (2003b) e em seu livro "Sala de aula interativa" (SILVA, 2000) nos alerta que "o professor precisa preparar-se para 'professorar' *online*" (SILVA, 2003b, p.12).

Ele apresenta esse termo, professorar, ao falar da prática de ser professor e do seu papel fundamental na Educação *online*:

Em lugar de ensinar meramente, ele [o professor] precisará aprender a disponibilizar múltiplas experimentações e expressões, além de montar conexões em rede que permitam múltiplas ocorrências. Em lugar de meramente transmitir, ele será um formulador de problemas, provocador de situações, arquiteto de percursos, mobilizador da experiência do conhecimento (SILVA, 2003a, p.12).

Maia (2002, p.12) faz algumas observações sobre esse profissional. Para ela,

[...] não existe diferença entre o professor presencial, virtual ou semipresencial. Todos devem ter as características básicas necessárias para o desempenho de sua função docente, ou seja, devem ter em mente o desejo de compartilhar um determinado conhecimento com seu grupo de alunos e, para isso, o foco e o objetivo de sua proposta devem estar centrados na aprendizagem do grupo, na eficiência da comunicação e na formatação de uma metodologia que motive, incentive e valorize o conhecimento da equipe e seu relacionamento durante o percurso. Acredito que o professor, esteja onde estiver, próximo ou distante, deve ter como objetivo principal o desenvolvimento de metodologias de ensino apropriadas para garantir e promover a aprendizagem [...], o professor deve levar em conta sua audiência, seus alunos, seu conteúdo e suas características docentes para empreender a metodologia mais adequada para garantir o aprendizado. Isso tanto no ensino a distância como no ensino presencial. O foco principal, para mim, é a aprendizagem.

É possível dizer, então, que o profissional é o mesmo. Um professor que leciona em cursos presenciais pode atuar em cursos a distância também. No entanto, tem que estar atento para sua prática docente que, focada na aprendizagem, precisa se diferenciar para adaptar-se a um novo ambiente e a uma nova proposta pedagógica, que requer uma metodologia de trabalho diferente daquela da aula presencial. Para alguns autores essas mudanças exigem uma postura característica, que dá vida a um "novo profissional" que, segundo Kenski (2003, p.143), "precisa agir e ser diferente no ambiente virtual. Essa necessidade se dá pela própria especificidade do ciberespaço, que possibilita novas formas, novos espaços e novos tempos para o ensino, a interação e a comunicação entre todos". E destaca que "sua

competência deve deslocar-se no sentido de incentivar a aprendizagem e o pensamento. O professor torna-se o *animador* que incita os alunos à troca de saberes, a mediação relacional e simbólica, a pilotagem personalizada dos percursos de aprendizagem” (p.139, grifo da autora). Ele deve propor tarefas, estabelecer os textos para leitura, etc., para que o aluno possa sentir sua presença, mesmo estando em um ambiente virtual.

Palloff e Pratt (2002) observam que o professor continua a definir o conteúdo do curso e a conduzi-lo. Porém, numa perspectiva pedagógica diferenciada, onde há a possibilidade de que os “alunos explorem o conteúdo de forma colaborativa, ou que busquem seus interesses” (p.27). Dessa forma a comunicação não acontece em mão única, do professor para o aluno, mas em várias direções, entre aluno-aluno, aluno-alunos, professor-aluno e professor-alunos.

Prado e Almeida (2003) têm vivenciado algumas experiências em formação continuada e atentam que “o papel do educador não é necessariamente o de provedor de informações, mas principalmente de orientador e parceiro na aprendizagem e novas descobertas, respeitando as idéias e estilos de trabalho dos alunos” (p.76). Dessa forma, é preciso que ele assuma diferentes papéis, como o de mediador, observador e articulador: “sua função principal é de **orientar a aprendizagem** dos alunos – uma aprendizagem que se desenvolve na **interação colaborativa** [...], propiciando a criação de uma rede de comunicação e colaboração, na qual todos se inter-relacionam” (p.72, grifo das autoras).

Corroborando essa idéia, Moran (2002, p.2) postula que “o papel do professor vem sendo redimensionado e cada vez mais ele se torna um supervisor, um animador, um incentivador dos alunos na instigante aventura do conhecimento”, e Torres (2004, p.112) afirma que “o professor deve ser aquele que propulsiona, aquele que mediatiza, que coordena, que facilita, que orienta o trabalho de pesquisa, a fim de permitir uma produção individual e/ou coletiva do saber”.

Ponte (2000, p.77) ainda complementa que, nessa perspectiva, professor e aluno tornam-se parceiros no processo de produção do conhecimento e

[...] mais do que intervir numa esfera bem definida de conhecimentos de natureza disciplinar, eles passam a assumir uma função educativa primordial. E têm de o fazer mudando profundamente a sua forma dominante de agir: de (re)transmissores de conteúdos, passam a ser co-

aprendentes com os seus alunos, com os seus colegas, com outros atores educativos e com elementos da comunidade em geral.

Alguns autores ainda salientam que a administração de um curso *online*, à primeira vista, parece ser fácil, porém, em sua grande maioria, demanda mais tempo de preparação e envolvimento do que os cursos tradicionais. Como exemplo, podemos pensar na necessidade de se visitar o *site* do curso diariamente, se possível mais que uma vez ao dia, para que os alunos sintam “respaldo” por parte do professor. Isso exige um alto grau de dedicação e tempo (PALLOFF; PRATT, 2002).

Logo, é imprescindível destacar que o uso da tecnologia demanda, pelo menos em um primeiro momento, um grande tempo do professor, para a preparação de atividades, planejamento, e atendimento aos alunos, que tem que acontecer muito constantemente, para não desmotivar o aluno. Moran (2003, p.49) está em consonância com essa idéia:

Educar em ambientes virtuais exige mais dedicação do professor, mais apoio de uma equipe técnico-pedagógica, mais tempo de preparação [...] e principalmente de acompanhamento, mas para os alunos há um ganho grande de personalização da aprendizagem, de adaptação ao seu ritmo de vida, principalmente na fase adulta.

Demanda, também, tempo para a participação em cursos de aperfeiçoamento e atualização (KENSKI, 2003). E o professor deve conhecer bem a ferramenta tecnológica que utiliza, o que não necessariamente dispensa a presença de um suporte técnico, que pode dar apoio na resolução de problemas com os equipamentos, se necessário.

Além de se preparar para integrar as tecnologias em suas aulas, Palloff e Pratt (2002) tratam de saberes mais específicos, relacionados à prática docente com tecnologias, em cursos *online*. Segundo os autores, as tarefas e papéis exigidos do professor que atua nesse ambiente são divididos em quatro áreas: pedagógica, que se preocupa com as questões pedagógicas do curso, seus objetivos, seu planejamento, etc.; social, que foca o relacionamento entre as pessoas, para garantir o envolvimento das mesmas, na expectativa de minimizar a falta de motivação e a evasão; gerencial, que centra nas questões burocráticas e estruturais do curso; e técnica, que trata do aspecto material, dos recursos técnicos.

Para suprir tantas demandas, os cursos à distância têm contado com a figura do “tutor”, dando suporte ao trabalho do professor (SANTOS; REZENDE, 2001).

Segundo Martins (2003, p.159), "o professor tutor assume papel relevante, atuando como intérprete do curso junto ao aluno, esclarecendo suas dúvidas, estimulando-o a prosseguir e ao mesmo tempo participando do processo de avaliação da aprendizagem". Analisando a origem desse termo e o papel do tutor, a autora explica:

A palavra tutor traz implícita a figura jurídica outorgada pela lei, isto é, tutela e defesa de uma pessoa menor ou necessitada em sua primeira concepção. Ampliada no sistema de educação a distância, a figura do tutor passou a ser basicamente a de um orientador de aprendizagem do aluno solitário, que freqüentemente necessita do docente ou de um orientador para indicar o que mais lhe convém em cada circunstância. No sistema de EaD, o tutor tem o papel fundamental, pois é por intermédio dele que se garante a inter-relação personalizada e contínua do aluno no sistema e se viabiliza a articulação necessária entre os elementos do processo e a consecução dos objetivos propostos. Cada instituição que desenvolve este processo de educação busca construir seu modelo tutorial visando ao atendimento das especificidades locais regionais, incorporando nos programas e cursos, como complemento às novas tecnologias (p.159).

Alguns teóricos se dedicam ao estudo desse tema, como Balbé (2003), González (2005), Martins (2003), entre outros, e aprofundam questões a ele relacionadas. Há preocupação em definir o papel do professor e do tutor e pensar a atuação conjunta desses profissionais. Balbé (2003, p.223) ressalta que

[...] a interlocução entre o professor especialista, responsável pela preparação do material didático (impressos e multimeios) e o professor-tutor é de grande importância. O tutor será o mediador entre o aluno e o professor especialista, mas o sucesso do aprendizado dos alunos depende também de um equilíbrio entre, de um lado o comprometimento do tutor assumindo com responsabilidade a tarefa de orientar e acompanhar os trabalhos individuais e grupais nos momentos a distância e presencial e, de outro, o respeito pela autonomia da aprendizagem de cada aluno.

Observo, nesse contexto, a importância de se referir a esse profissional como "professor tutor", ou seja, de não se esquecer de que ele atua como professor no processo educacional. Isso é importante para que seus direitos garantidos legalmente, como férias, teto salarial, entre outros.

E, por fim, Kenski (2003) alerta que não basta um investimento na formação do professor e a aquisição de equipamentos com alto grau tecnológico se não houver uma reestruturação na própria organização da escola e da prática docente, bem como a compreensão do novo papel do aluno. Em ambos os papéis, de professor especialista e de professor tutor, "professorar" *online* é um desafio. Demo (2003) observa que o "mundo virtual não substitui o papel do professor" e é preciso tempo

e preparação para encarar esse novo desafio da sociedade atual. É necessário, ainda, ter cuidado para não minimizar o importante papel do professor do presencial. São experiências diferentes que, por conseqüência, têm demandas diferentes do profissional. Professorar à distância é uma prática nova para muitos, e requer estudos. Incorporar o professor tutor nesse processo tem sido a alternativa mais freqüente, já que possibilita o suporte personalizado aos alunos.

Analisemos, agora, aspectos relacionados ao papel do aluno.

2.5 O aluno na EaD

Depois de tecer considerações acerca do papel do professor, pergunto: quem são os alunos da EaD *online*? São os mesmos das aulas tradicionais? Segundo Porter (1997), a procura maior parte dos adultos, na busca de suprir, por exemplo, necessidades sentidas no trabalho. Além disso, acrescenta que "as potencialidades interativas de algumas tecnologias da aprendizagem a distância, especialmente aquelas disponíveis através da Internet, podem conseqüentemente ser mais atrativas aos adultos" (p.10), uma vez que a EaD tende a propiciar que o aluno concilie o trabalho e o estudo, devido à usual flexibilidade de tempo e de espaço.

Belloni (2001), Litwin (2001a), Moran (2002) e Torres (2004) também julgam que essa modalidade é adequada para a educação dessa população. Esses alunos tendem a ter uma idade mais avançada, e costumam apresentar uma postura séria com relação aos cursos. Palloff e Pratt (2004), no entanto, apontam que esse perfil está mudando, e que os cursos à distância têm se expandido para diferentes faixas etárias.

Por ter também um comportamento usualmente participativo, Nipper (apud Palloff e Pratt, 2002) chama esse aluno de "aprendiz barulhento", por ele ser ativo e criativo no processo de aprendizagem. Esse processo, por sua vez, costuma ser colaborativo, o que requer interações constantes entre aluno-professor e aluno-aluno. Essa observação é importante para Palloff e Pratt (2002), visto que o

insucesso de alguns programas de EaD se justifica pelo fato de não conseguirem propiciar um ambiente de aprendizagem colaborativa.

Esses autores observaram características comuns aos alunos que obtiveram bons resultados nos programas à distância: são alunos que buscam novas formas de aprender voluntariamente; são pessoas motivadas, que têm altas expectativas, e que têm um comportamento disciplinado, o que é essencial, visto que a cobrança da participação ocorre de forma significativamente menor e diferente da educação tradicional, que se utiliza, entre outros meios, da lista de presença (PALLOFF; PRATT, 2002, 2004).

São adaptações necessárias a uma nova realidade.

Para sobreviver na sociedade do século XXI, o indivíduo precisa desenvolver uma série de capacidades novas: autogestão (capacidade de organizar seu próprio trabalho), resolução de problemas, adaptabilidade e flexibilidade diante das novas tarefas, assumir responsabilidades e aprender por si próprio e constantemente trabalhar em grupo de modo cooperativo e pouco hierarquizado (BELLONI, 2001, p.5).

Palloff e Pratt (2002) discutem os papéis dos alunos em cursos à distância, e notam que eles se entrelaçam e interdependem. Assim, o aluno deve se preocupar com a produção do seu conhecimento; agir colaborativamente, desencadeando a aprendizagem colaborativa; e procurar estar atento ao gerenciamento do processo de aprendizagem, administrando seu tempo, desenvolvendo as atividades propostas, etc. Espera-se que ele aprenda a aprender e que adquira capacidade de pesquisar e pensar criticamente.

Assim como o professor sofre mudanças em seu papel, também o aluno tem que repensar sua atuação nos processos de ensino e aprendizagem, visto que é preciso saber gerenciar seu tempo. Esse costuma ser o maior desafio para o aluno, pois tradicionalmente ele é definido e fixo. Ao flexibilizar o tempo, a EaD requer um auto-controle, uma disciplina do aluno, já que flexibilidade não implica em redução de tempo para a dedicação às atividades propostas. Segundo Palloff e Pratt (2004, p.27, grifo dos autores),

Os alunos virtuais *desejam dedicar significativa quantidade de seu tempo semanal aos estudos* e não vêem o curso como uma maneira mais leve e fácil de obter créditos ou um diploma. Ao fazê-lo, comprometem-se consigo próprios e com o grupo de que fazem parte, de acordo com as diretrizes estabelecidas pelo professor ou pela instituição. Eles sabem que se não o fizerem, estarão [...] minimizando suas próprias chances de sucesso [...].

Esses autores ainda afirmam que os alunos são, ou podem vir a ser, pessoas que pensam criticamente e estão conscientes de que o professor atua como facilitador do processo de aprendizagem *online*, sendo eles mesmos responsáveis pelo processo. A capacidade de refletir é, ainda, apontada como uma das qualidades fundamentais para o aluno virtual de sucesso, sendo que “na sala de aula *online*, o compartilhamento das reflexões não só transforma o aluno individualmente, mas também o grupo e o professor” (PALLOFF; PRATT, 2004, p.28).

Nesse sentido, estruturar um curso *online* exige reflexão acerca de vários aspectos, como a atuação do professor e dos alunos, a elaboração das atividades, os recursos utilizados, entre outros. Esses são definidos a partir de uma proposta pedagógica, norteadas por concepções de quem a planeja. No próximo capítulo apresento as concepções que moldaram o *design* e a análise do curso *Geometria com Geometricks*.

CAPÍTULO III

A CONCEPÇÃO DO CURSO

*Talvez seja este o aprendizado mais
difícil: manter o movimento
permanente, a renovação constante, a
vida vivida como caminho e mudança*
Maria Helena Kuhner

Este capítulo apresenta concepções teóricas que permearam a proposta pedagógica do curso *Geometria com Geometricks*, desenvolvido totalmente a distância, norteando sua elaboração, desenvolvimento e análise. O objetivo do curso era familiarizar professores de Matemática da rede de escolas da Fundação Bradesco com o *software* de geometria dinâmica Geometricks e contava com momentos assíncronos, para o desenvolvimento de atividades¹², envio de *e-mails* com dúvidas, entre outras possibilidades e também com momentos síncronos, por *chat* e videoconferência¹³, para discussão e troca de idéias.

¹² Nesse trabalho, uso "atividade" para designar ações que foram propostas no decorrer do curso, como leitura de textos, envio de material por *e-mail*, etc. e também para me referir às tarefas matemáticas desenvolvidas pelos alunos-professores, que serão apresentadas com maiores detalhes no capítulo VI.

¹³ A chamada *comunicação assíncrona* refere-se a uma interação em diferentes momentos. As pessoas não estão envolvidas num diálogo no mesmo instante de tempo. Mensagens são enviadas e recebidas na hora em que melhor for conveniente para aqueles que se comunicam. Assim, cada um pode acessar, a seu tempo, as informações que são transmitidas.

Já na *comunicação síncrona* as pessoas interagem no mesmo instante de tempo. O telefone, *chat*, *Messenger* e Videoconferência são exemplos de recursos que possibilitam esse tipo de comunicação. No âmbito da Educação, segundo Kenski (2003), o desafio deste tipo de ambiente é dar aos participantes a sensação de "turma reunida".

Parto da concepção de que humanos e mídias¹⁴ interagem de modo a produzir¹⁵ conhecimento de forma coletiva, constituindo uma unidade: seres-humanos-com-mídias. Para tanto, diferentes modelos pedagógicos podem ser propostos, diferenciando-se pela forma de comunicação, e acredito, ainda, que a aprendizagem acontece a partir do diálogo e da interação. Quando esse processo se desenvolve a distância, reunindo pessoas de interesses comuns, pode culminar em uma comunidade virtual de aprendizagem. Aspectos relevantes dessas comunidades podem ser explorados em cursos de formação (continuada), e esta, por sua vez, pode ser um ambiente propício para a aprendizagem colaborativa.

3.1 Visão de conhecimento, seres humanos, mídias e rede

Para mim, pensar a produção do conhecimento implica considerar a presença dos atores humanos e não humanos nesse processo. Há uma unidade homem-coisa que constitui um *coletivo pensante*. "Fora da coletividade, desprovido de tecnologias intelectuais, 'eu' não pensaria" (LÉVY, 1997, p. 135). Pensamos inseridos em um coletivo.

Não há paradoxo em pensar que um grupo, uma instituição, uma rede social ou uma cultura, em seu conjunto, "pensem" ou conheçam. *O pensamento já é sempre a realização de um coletivo*. [...] Pensar é um devir coletivo no qual misturam-se homens e coisas. Pois os artefatos têm o seu papel nos coletivos pensantes (LÉVY, 1997, p.169, grifo do autor).

Borba (2001) e Borba e Villarreal (2005) também consideram que, enquanto concepção de conhecimento, não há dicotomia entre humanos e tecnologia. Isso porque, a todo o momento, a mídia molda a maneira como pensamos e, em contrapartida, modificamos a mídia, o que os autores denominam de "moldagem recíproca". Dessa forma, a mídia não é considerada externa ao ser humano, mas

¹⁴ Assim como Borba e Villarreal (2005), uso "mídia" como sinônimo de "tecnologia" por também acreditar que a tecnologia é usada para comunicar e, dessa forma, a mídia pode ser vista como uma tecnologia. O uso do termo mídia visa enfatizar aspectos comunicacionais das tecnologias da inteligência.

¹⁵ Nesta pesquisa, que tem como objeto matemático principal a Geometria, *produção matemática* é entendida como define Santos (2006, p.18): "processo de exploração de conceitos matemáticos (geométricos) e verificação de propriedades, validação e criação de conjecturas, visando a generalizá-las. Um processo contínuo de organização e reorganização do pensamento matemático". É um conceito intimamente relacionado ao processo de *aprendizagem matemática*.

constitui, com ele, uma só unidade indissociável, seres-humanos-com-mídias, na produção do conhecimento, visto aqui como o resultado da interação constante entre atores humanos e não humanos, na qual as mídias reorganizam o pensamento¹⁶.

O estudo das tecnologias da inteligência possibilita ressaltar a relação recíproca entre sujeitos e objetos. Estes últimos são produtos de sujeitos, estão saturados de humanidade. Por outro lado, sem eles os seres humanos não pensariam. Dessa forma, não há uma dicotomia entre homens e mídias, do ponto de vista cognitivo, são ambos atores do processo de produção de conhecimento e situam-se numa fronteira:

Entre o curso do mundo tal como decorre no grande coletivo cosmopolita dos homens, dos seres vivos e das coisas, e os processos cognitivos, não existe nenhuma diferença de natureza, talvez apenas uma fronteira imperceptível e flutuante (LÉVY, 1997, p.184).

Nesse contexto, Lévy (1997) discorre sobre as tecnologias da inteligência: oralidade, escrita e informática. Muitos anos atrás, a oralidade era usada para produzir conhecimento e estender nossa memória. "A oralidade primária remete ao papel da palavra antes que uma sociedade tenha adotado a escrita" (p.77). Na sociedade sem escrita, a forma canônica do tempo é o círculo. "Nessas culturas, qualquer proposição que não seja periodicamente retomada e repetida em voz alta está condenada a desaparecer" (p.83).

Historicamente, a presença da escrita modificou a forma de falar, a qual Lévy (1997, p.77) denomina de oralidade secundária, "relacionada a um estatuto da palavra que é complementar ao da escrita". A escrita, como tecnologia da inteligência, tem uma forma linear. Um livro, por exemplo, tem uma seqüência linear explícita pela própria enumeração das páginas. Com a escrita temos um modo de conhecimento e estilos de temporalidade que predominam em nossas experiências. Com a possibilidade de registro, especialmente livros, nossa memória passou a ser qualitativamente diferente, já que é possível recuperar informações de longo período, sem que haja necessidade de repetição constante, como na oralidade. Um registro pode ficar milhares de anos arquivado, até que alguém o retome.

A informática tem possibilitado uma nova extensão da memória, qualitativamente diferente das anteriores, que alterou, de modo significativo, a

¹⁶ Essa idéia de reorganização está embasada na teoria de Tikhomirov (1981).

linearidade do raciocínio, com o uso de simulações, experimentações, e uma nova linguagem, que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea (LÉVY, 1997; BORBA; VILLARREAL, 2005).

Dessa forma, Kenski (2002, p.124) observa que “o computador – e todas as suas possibilidades interativas de comunicação e troca de informações – amplia a qualidade e a quantidade de consumo e produção de informação”. Há uma nova lógica que influencia os modos de comunicar e interagir com as informações, na produção de conhecimento e nas formas como são usadas as memórias.

Com a informática pensamos qualitativamente diferente do que fazemos com as demais tecnologias da inteligência. Para Borba e Villarreal (2005), a oralidade agora é terciária, já que, como aconteceu com a inserção da escrita, o estatuto da palavra se altera. Sugerem ainda que a escrita antes da informática era, então, uma escrita primária e que agora, com a informática, temos uma escrita secundária. Nessa perspectiva, uma mídia como a informática não substitui as outras, pelo contrário, as transforma. Da mesma forma como a escrita não eliminou a oralidade, mas a transformou, a informática não elimina a oralidade nem a escrita, mas fê-las assumir novos aspectos.

A leitura informática não acontece da mesma forma que a de um texto clássico, “ele geralmente é explorado de forma interativa [...]. O modelo informático é essencialmente plástico, dinâmico, dotado de uma certa autonomia de ação e reação” (LÉVY, 1997, p. 121).

A tecnologia informática tem ampliado, ainda, o conceito de rede/hipertexto. Nos últimos anos, o conceito de rede tem surgido em discussões entre profissionais de diferentes áreas. Para Lévy (1997, p.25), “o hipertexto é talvez uma metáfora válida para todas as esferas da realidade em que significações estejam em jogo”. Não centrando apenas em conexões de textos escritos, mas em um espaço interativo e reticular de manipulação, de associação e de leitura.

Tecnicamente, um hipertexto é um conjunto de nós ligados por conexões. Os nós podem ser palavras, páginas, imagens, gráficos ou parte de gráficos, seqüências sonoras, documentos complexos que podem eles mesmos ser hipertextos. Os itens de informação não são ligados linearmente, como em uma corda com nós, mas cada um deles, ou a maioria, estende suas conexões em estrela, de modo reticular. Navegar em um hipertexto significa portanto desenhar um percurso em uma rede que pode ser tão complicada quanto possível. Porque cada nó pode, por sua vez, conter uma rede inteira (LÉVY, 1997, p.33).

Para Machado (1995, p.138), em uma rede "as relações entretecem-se, articulam-se em teias, em redes, construídas social e individualmente, e em permanente estado de atualização". E Borba (2000, p.51) afirma que as redes facilitam "o acesso de qualquer pessoa a um conhecimento produzido por outra em qualquer local" que essa se encontre, e que a Internet tem facilitado a relação e a criação de novas redes, pois permite a comunicação, em tempo real, entre comunidades situadas a grandes distâncias geográficas, o que antes era difícil acontecer.

Mas qualquer que seja o meio de comunicação, as interações acontecem em diferentes direções, como ressalta Lévy (1997). Não necessariamente todas as pessoas que a constituem participam de todas as trocas de informações ocorridas. Pode haver comunicação entre pequenos grupos ou entre uma pessoa e os demais, isoladamente, por exemplo. Quando se trata de uma atividade educacional, o modelo pedagógico é um dos fatores que condicionam a forma de interagir e dialogar, como descrevo a seguir.

3.2 Modelos pedagógicos em cursos a distância

Em termos de modelo pedagógico, pelo menos duas tendências se destacam nos cursos de Educação a distância (EaD) *online*, aponta Azevedo (2006a, p.34). "Uma tem por fundamento a idéia de que a transmissão de informação é a base da educação. Segundo esse modelo, o aluno aprende aquilo que lhe é ensinado a partir do foco de transmissão". No caso de dificuldade em assimilar as informações, esse aluno tem um suporte montado ao qual pode recorrer. Essa estratégia pedagógica tem sido usada em muitas experiências de EaD, com tecnologias de "um-para-muitos", como TV, rádio e material impresso, ou de "um-para-um", como o telefone e os correios.

Uma outra tendência "parte do pressuposto de que a interação e o diálogo de muitos-para-muitos (o 'multólogo') constituem a essência do processo educativo" (AZEVEDO, 2006a, p.35). Nesse modelo, aprender é produzir conhecimento

[...] a partir do questionamento, problematização, discussão, apresentação de dúvidas e troca de informações no contexto de uma comunidade de aprendizagem colaborativa. E ensinar é propor, orientar e animar a discussão dentro da comunidade. Aprender é envolver-se na troca coletiva comunitária, contribuindo e recebendo, refletindo e pondo em funcionamento uma inteligência coletiva. E para aplicar este modelo num curso *online* é fundamental dispor de recursos de comunicação de muitos-para-muitos que permitam e facilitem a interação (AZEVEDO, 2006a, p.35).

Para Azevedo (2006b), a comunicação um-para-um não deve ser abolida, mas tem caráter secundário, complementando o multólogo. Grande parte das ferramentas dos cursos de EaD *online*, no entanto, privilegia um modelo conteudista, de aprendizagem individualizada e pouco tem sido desenvolvido no sentido de ampliar para um modelo de aprendizagem colaborativa.

Nesse mesmo sentido, Lévy (1999) denomina esses dispositivos comunicacionais de “um-um”, “um-todos” e “todos-todos”¹⁷. Ele ainda alerta que é um erro pensar que os novos dispositivos de comunicação substituem os que os precedem. “O cinema não substituiu o teatro, deslocou-o. As pessoas continuam falando-se após a escrita, mas de outra forma. [...] As pessoas que mais se comunicam via telefone são também aquelas que mais encontram outras pessoas” (p.129).

Moran (2002, p.2) acrescenta que “as tecnologias interativas, sobretudo, vêm evidenciando, na educação a distância, o que deveria ser o cerne de qualquer processo de educação: a interação e a interlocução entre todos os que estão envolvidos no processo”. E que alguns cursos podem ser desenvolvidos individualmente, com acompanhamento de um tutor e, em outros, é importante compartilhar vivências, experiências e idéias.

Outros autores também chamam a atenção para a importância da interação na EaD, como Belisário (2003), Perosa e Santos (2003), e Silva (2000, 2003a). Silva (2003a, p.56) observa que, para que um curso seja de fato interativo, é necessário que satisfaça pelo menos três aspectos fundamentais:

- participação colaborativa: participar não é apenas responder ‘sim’ ou ‘não’, prestar contas ou escolher uma opção dada, significa intervenção na mensagem como co-criação da emissão e da recepção;

¹⁷ Nesse mesmo sentido, outros autores fazem classificações semelhantes, como Peters (2002), que classifica esses paradigmas da *www* (eu-sozinho), do e-mail (um-a-um), da BBS (um-a-muitos) e da teleconferência (muitos-a-muitos).

- bidirecionalidade e dialógica: a comunicação é produção conjunta da emissão e da recepção, os dois pólos codificam e decodificam;
- conexões em teias abertas: a comunicação supõe múltiplas redes articulatórias de conexões e liberdade de trocas, associações e significações.

E para colocar em prática um curso com uma dinâmica interativa são necessários investimentos que, para Silva (2003a, p.55), vão além do financeiro:

- oferecer múltiplas informações (em imagens, sons, textos, etc.) sabendo que as tecnologias digitais utilizadas de modo interativo potencializam consideravelmente ações que resultam em conhecimento;
- [...] oferecer múltiplos percursos para conexões e expressões com que os alunos possam contar no ato de manipular as informações e percorrer percursos arquitetados;
- estimular os aprendizes a contribuir com novas informações e a criar e oferecer mais e melhores percursos, participando como co-autores do processo.

Isto posto, e considerando a visão de conhecimento previamente apresentada, minha concepção de modelo pedagógico pressupõe que a interação e o diálogo são aspectos fundamentais no processo de produção de conhecimento (matemático).

3.3 Diálogo, interação e aprendizagem

Santos e Rezende (2001, p.3) pontuam que a qualidade da EaD “está diretamente relacionada à interação e à participação entre o grupo durante o processo de aprendizagem”. Nessa direção, Henri (apud TORRES, 2004) acrescenta que a interação é um dos fatores determinantes da aprendizagem, sendo uma característica importante da comunicação, modificando a natureza da aprendizagem e também a sua qualidade.

No âmbito da aprendizagem matemática, a interação também é condição necessária no seu processo. Trocar idéias, compartilhar soluções de problemas, expor o raciocínio é parte do “fazer” matemática. E esse processo a distância, com tecnologias informáticas, especialmente a Internet, conduziu a EaD para uma nova fase, por permitir interação virtual entre pessoas envolvidas em atividades diversas (PONTE; OLIVEIRA, 2001). Modelos que focalizam a individualidade, das mídias unidirecionais como TV e rádio, abrem espaço para aqueles de envolvimento de várias pessoas e, segundo Moran (2002, p.3), “caminhamos para mídias mais

interativas, [nos quais até] mesmo os meios de comunicação tradicionais buscam novas formas de interação”. Tomo a concepção de interação de Gonzalez (2005, p.19), que a define como

Fenômeno elementar das relações humanas, dentre os quais estão as relações educacionais. Depende da cultura do grupo. A interação em EaD não ocorre apenas entre aluno e conteúdo, mas entre alunos, entre aluno e professor, entre alunos e o professor, entre alunos e a instituição de ensino e ainda entre todos os elementos que compõem o universo do indivíduo inscrito como aluno.

Essa possibilidade tem sido pouco utilizada. Embora a troca interativa promova a aprendizagem significativa, fruto da participação ativa do aluno na produção do conhecimento, o que se percebe é que diálogo, comunicação em grupo e interação são valorizados por correntes educativas contemporâneas, mas pouco incorporados aos processos educacionais (TORRES, 2004).

Como explicitam Ferreira e Miorim (2003, p.1), aprender é “alterar/ampliar/rever/avançar em relação aos próprios saberes, à própria forma de aprender e à prática pedagógica”. E a qualidade desse processo é influenciada pela qualidade da interação, do fazer coletivo e compartilhado. Para essas autoras, o diálogo não se constitui do mero ato das pessoas se comunicarem entre si, mas da profundidade e riqueza de tal ato.

O diálogo deve ir além de uma simples conversa ou contato pessoal, complementa Bairral (2004). Dessa forma, para que o diálogo se efetive, propiciando troca e produção de conhecimento, é preciso incentivar que os envolvidos no processo expressem sua opinião, exponham suas experiências para serem compartilhadas e externalizem suas inquietudes, dividindo sentimentos de tristeza, dúvida, raiva, alegria. Simultaneamente, é preciso valorizar essa participação, ouvindo com respeito tudo que é socializado, em um espaço de confiança e suporte mútuo (FERREIRA; MIORIM, 2003).

Para Coll e Onrubia (1998, p.80), “a linguagem – ou melhor, a atividade discursiva – representa um dos instrumentos mais poderosos de ajuda para a produção conjunta”, uma vez que possibilita

[...] que as pessoas possam tornar públicas, comparar, negociar e, finalmente, modificar as suas representações da realidade no transcurso das relações que mantém com outras pessoas, o que transforma a linguagem em ferramenta essencial para a construção do conhecimento (p.79).

No livro "Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática", Alrø e Skovsmose (2006, p.12) postulam que o diálogo pode se caracterizar pela "apresentação de argumentos e questionamentos, ou ainda a um processo de obtenção de conhecimento". Sendo assim, definem diálogo como uma conversação, mas não uma conversação como outra qualquer, e sim aquela com certas qualidades. Com esse pressuposto, asseguram que dialogar é um modo de interação fundamental para o processo de aprendizagem, buscando produzir novos significados em um processo colaborativo.

Sugerimos o termo 'aprendizagem pela conversação' para descrever um processo de diálogo no qual os participantes examinam e desenvolvem suas concepções e pressupostos sobre um assunto. Assim, 'conversação' nesse sentido não é um tipo de conversa, mas uma investigação verbalizada (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p.114).

Nessa direção, exploram aspectos teóricos e experiências de sala de aula na tentativa de comprovar a hipótese de que "as qualidades da comunicação na sala de aula influenciam as qualidades da aprendizagem de Matemática" (p.11). Para eles, as relações entre as pessoas são cruciais na facilitação da aprendizagem, visto que aprender é um ato pessoal, mas toma forma em um contexto de relações interpessoais, e o diálogo, como modo de interação, possibilita que a reflexão e a ação enriqueçam um ao outro. Ademais, observam que o contexto em que se dá a comunicação tem papel de destaque no processo de aprendizagem matemática. Tomo a concepção de que esta relação dialógica é fundamental também no processo de aprendizagem matemática em cursos desenvolvidos à distância.

Esses autores ainda apresentam um modelo essencial ao desenvolvimento de certas qualidades de comunicação e de aprendizagem de Matemática, onde construir novas perspectivas é parte integrante do diálogo. Assim,

[...] se pensarmos o diálogo como um processo de descoberta e aprendizagem, então passa a ser importante ver as coisas de uma nova forma. Perspectivas construídas dialogicamente não precisam ser uma manifestação de nenhuma perspectiva preexistente [...]. E o professor pode enxergar coisas novas também. Nesse sentido, vemos o diálogo como um processo colaborativo de construção de perspectivas (p.127).

Nesse modelo algumas características são determinantes, que são ações nas quais os autores descrevem em termos de atos de comunicação. Estes podem não surgir em uma ordem linear, não precisam estar sempre presentes, e são apresentados em separado para maior detalhamento, mas se constituem de forma

unificada: estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar.

Estabelecer contato está associado à idéia de se sintonizar ao outro, é estar presente e prestar atenção ao outro. Para tanto, é importante o desenvolvimento de uma *escuta ativa*, dessa forma denominada por supor que o ouvinte tem responsabilidade definida, não apenas absorvendo passivamente as palavras emitidas, mas tentando entender os fatos e os sentimentos envolvidos, incentivando quem fala a externar seus problemas. É escutar, questionar e dar apoio enquanto se tenta descobrir o que passa com o outro, numa relação de respeito mútuo, responsabilidade e confiança¹⁸.

Conhecendo o outro é possível procurar perceber sua perspectiva. *Perceber* é descobrir alguma coisa da qual nada se conhecia, ou não se tinha consciência previamente; é examinar possibilidades e experimentar coisas, explorando questões do tipo *o-que-acontece-se*. E “quando o aluno torna-se apto a expressar-se em sua própria perspectiva, então ela pode ser *reconhecida* em termos matemáticos, não somente pelo professor, mas também pelo aluno” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p.70). Nesse cenário, há a possibilidade de surgirem as *questões-por-qué*, que conduzem à justificação¹⁹, e as perspectivas dos alunos provavelmente tornar-se-ão importantes instrumentos de aprendizagem. O processo pode, ainda, se desenvolver fluentemente no sentido inverso, no qual os alunos procuram reconhecer a perspectiva do professor.

A fim de clarear uma perspectiva, é importante explorar várias linhas de argumentação, que podem conduzir-se à construção de uma perspectiva comum, o que pressupõe posicionar-se. Nesse sentido, *posicionar-se* significa levantar idéias e pontos de vistas, que não são verdades absolutas, mas algo que pode ser investigado. “Contudo, posicionar-se não significa sustentar uma posição porque ela é pessoal e tem que ser defendida a qualquer custo. Posicionar-se significa argumentar em favor de uma idéia *como* se ela pudesse ser, por um instante, ‘minha’ idéia ou ‘nossa’ idéia” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p.113, grifo do autores).

¹⁸ Respeito mútuo, responsabilidade e confiança são considerados aspectos emocionais do modelo proposto por Alrø e Skovsmose (2006, p.106), e estes aspectos “constituem parte essencial do processo de aprendizagem que propicia certas qualidades à aprendizagem”.

¹⁹ Alrø e Skovsmose (2006) esclarecem que, em Matemática, a justificação assume uma forma peculiar, a da demonstração, mas existem muitas outras formas de justificação possíveis.

Dessa forma, é possível trocar idéias defendendo diferentes posições. *Pensando alto*, muitas perspectivas eventualmente tornar-se-ão conhecidas, ganhando visibilidade durante a comunicação. Nesse processo, há a possibilidade do surgimento de algumas questões hipotéticas, estimulando a investigação e esta, por sua vez, pode acontecer com a informática que, mais do que uma ferramenta, provavelmente permitirá reestruturar todo o processo de aprendizagem. O computador propicia uma nova forma de pensar alto. "Os procedimentos se tornam tangíveis e os participantes abusam de apontar a tela durante a conversação. Novas formas de pensar alto favorecem novas formas de aprendizagem e de coletividade" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p.114).

Nesse contexto, há espaço para o professor apoiar o aluno e, com ele, *reformular* suas perspectivas. Reformular é repetir o que já foi dito com palavras diferentes, ou com diferente tom de voz. É elemento de um processo de escuta consciente, em que há espaço para *questões de conferência*. Ao reformular, é possível levar as coisas para uma outra direção, questionando e desafiando. O desafio pode ser dirigido do professor para aluno, como também do aluno para o professor, ou de aluno para aluno. Ele pode nascer de um posicionamento novo ou por meio de um reexame de perspectivas já consolidadas e "deve estar à altura das habilidades e experiências dos alunos no assunto" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p.103).

Por fim, a *avaliação* pode assumir diferentes formas, como correção de erros, crítica negativa ou construtiva, conselho, apoio incondicional, elogio etc., e pode ser feita pelo próprio aluno, ou pelo professor. Nesse processo, aspectos emocionais e cognitivos convivem lado a lado.

Alguns obstáculos, no entanto, podem dificultar o desenvolvimento desse modelo. Em práticas tradicionais, os alunos costumam esperar, por exemplo, que o professor apresente o conteúdo que quer que eles aprendam e, ao final, o professor está habituado a apresentar a resposta certa ou o jeito certo de fazer. Alrø e Skovsmose (2006) alertam para a necessidade de o professor estar atento para evitar práticas como essas, que inviabilizam a efetivação do modelo proposto.

Além disso, o professor precisa estar atento para que o diálogo não seja influenciado pelos papéis (e pelo poder a eles associados) das pessoas envolvidas no

processo. Não é preciso negar a diversidade e as diferenças, mas aprender a lidar com elas. E promover um diálogo em que participam professor e aluno implica superá-las.

E para que o diálogo e a interação se efetivem, é preciso operacionalizar propostas a partir de recursos tecnológicos disponíveis. A Internet, por exemplo, tem trazido para a EaD uma nova forma de pensar a produção de conhecimento coletiva e virtual.

3.4 Comunidades virtuais de aprendizagem

O uso da Internet ampliou a noção de **comunidade** trazida da nossa concepção presencial, que estava muito relacionada a um "lugar" físico, na qual temos, por exemplo, a comunidade do bairro, da igreja, da escola, entre outras. Com a Internet o objetivo de uma comunidade é o mesmo: reunir pessoas que têm interesses comuns, mas agora é possível que essas pessoas estejam geograficamente distantes (RHEINGOLD, 1996). Dessa forma, quando falamos de comunidades virtuais, não nos prendemos mais a um lugar físico. Como afirma Kenski (2003, p.104), "conectadas, as pessoas acessam múltiplos espaços virtuais. Podem estabelecer elos – redes interligadas de saberes em permanente movimento – por onde circulam amplamente as informações. Criar comunidades".

O termo *virtual*, deriva do latim, com significado de "força", "potência". Do ponto de vista filosófico, é virtual aquilo que existe em potência e não em ato, postula Lévy (1999, 2005). Dessa forma, "o virtual tende a atualizar-se, sem ter passado no entanto à concretização efetiva ou formal" (LÉVY, 2005, p.15). Como exemplo, o autor ilustra que a árvore está virtualmente presente na semente.

Assim sendo, o que se contrapõe ao virtual não é o real, mas o atual, que são duas formas diferentes de realidade. Muitas vezes o termo virtual é usado erroneamente para dar sentido àquilo que não é real, sendo que, ao contrário, o virtual é real (LÉVY, 1999). Ponte e Oliveira (2001, p.66) complementam que as

comunidades virtuais também são reais, “na medida que existem, de fato, trocas entre os diversos intervenientes”.

Nessa abordagem, se pensarmos em redes digitais, podemos dizer que nelas as informações se encontram “fisicamente situadas em algum lugar”, elas têm um “endereço”. Essas informações estão “virtualmente presentes” em cada nó da rede que a conecta. Sob um outro aspecto, podemos dizer que, com a era digital, não é mais a pessoa, interessada na informação, que a busca, e sim a informação que se desloca pela tela do computador, enquanto a pessoa se mantém parada em um mesmo lugar (LÉVY, 1999; KENSKI, 2003). Da mesma forma Kenski (2003) observa que inverteu-se o fluxo educacional: ao invés do aluno ir à escola, estamos vendo a escola ir ao encontro do aluno, sob diferentes formas e oportunidades.

O maior facilitador deste processo atualmente é a Internet. No âmbito da escola, Kenski (2003, p.71) comenta que a “Internet potencializa as possibilidades de acesso às informações e a comunicação da escola como um todo, podendo integrar-se ao universo digital para concretizar diferentes objetivos educacionais”. No entanto, a autora faz a ressalva de que, para que os recursos da Internet possam ser aproveitados, é necessário infra-estrutura adequada.

A Internet oportunizou, ainda, a constituição de um ciberespaço, o qual Lévy (1999, p.17) denomina de espaço de comunicação aberto pela interconexão mundial de computadores:

O ciberespaço é o novo meio de comunicação que surge na interconexão mundial dos computadores. O termo especifica não apenas a infraestrutura material de comunicação digital, mas também o universo oceânico de informações que ela abriga, assim como os seres humanos que navegam e alimentam esse universo.

Segundo esse autor, estamos vivendo um novo espaço de comunicação, e está em nossas mãos a possibilidade de explorar suas potencialidades positivas nos planos econômico, educacional, político, cultural e humano.

Esse ciberespaço enriquece um estilo de relacionamento que quase independe dos lugares geográficos, uma telecomunicação que Lévy (1999) denomina de “telepresença”. As mídias, enquanto veículos de mensagens (como o meio impresso, o rádio, a televisão, o cinema, a Internet), condicionam a comunicação. O correio (a escrita em geral) e o telefone nos trouxeram a tradição da comunicação recíproca e a distância. Porém, particularidades do ciberespaço permitem que as

peças "se ordenem, cooperem, alimentem e consultem uma memória comum, e isto quase em tempo real, apesar da distribuição geográfica e da diferença de horários" (LÉVY, 1999, p.49). Dessa forma, as pessoas interagem cada vez mais, independentes de lugares fixos e/ou determinados.

No âmbito das mídias, Lévy (1999, p.81) aponta o telefone como modelo interativo incontestável, por permitir o diálogo, a reciprocidade e a comunicação efetiva, "é a primeira mídia de *telepresença*" e

[...] numerosos projetos de pesquisa e de desenvolvimento tentam estender e generalizar a telepresença a outras dimensões corporais: telemanipulação, imagens tridimensionais dos corpos, realidade virtual, ambientes de realidade ampliada para videoconferências sem impressão de restrição etc.

Entendo essa telepresença como explícita Medeiros (2005), que a define como a presença em tempo real, ou quase real, mediada por tecnologia, como computador e vídeo. Etimologicamente, "tele" significa "longe". Assim, teleconferência, por exemplo, é uma conferência que acontece à distância. E, da mesma forma, na "telepresença" as pessoas estão fisicamente distantes, mas presentes.

A possibilidade de telepresença propiciada pelo ciberespaço é uma alternativa, sem pretensão de substituir, às mídias usuais, que têm tradição de comunicação unidirecional, na qual os receptores estão distantes uns dos outros. O ciberespaço incita a troca recíproca e comunitária (LÉVY, 1999).

E, numa comunidade virtual, levando-se em consideração as afinidades, pessoas de diferentes faixas etárias, gênero e formação se unem e passam a pertencer a um grupo social, que interage virtualmente. E, como em toda sociedade, estabelecem-se regras de convivência, limites, etc. (KENSKI, 2003). Lévy (1999, p.128) ainda salienta que, "para aqueles que não a praticaram, esclarecemos que, longe de serem frias, as relações on-line não excluem as emoções".

Rheingold (1996, p.18) apresenta as **comunidades virtuais** como "agregados sociais surgidos na Rede, quando os intervenientes de um debate levam por diante em número e sentimento suficientes para formarem teias de relações pessoais no ciberespaço". Nessa mesma direção, Lévy (1999) a descreve como um grupo de pessoas que, por meio de computadores interconectados, se correspondem mutuamente.

A comunicação propiciada pela Internet permite

[...] coisas impensáveis em outras modalidades que utilizam outras tecnologias, como, por exemplo, a formação de comunidades virtuais de aprendizagem colaborativa, isto é, comunidades compostas por pessoas que estão em diversas partes do mundo e que interagem todos com todos sem que necessariamente estejam juntas ou conectadas na mesma hora e no mesmo lugar (AZEVEDO, 2006b, p.14).

Como pode ser observado, o conceito de comunidade tem assumido novas dimensões e, no que tange à Educação, a sua criação acontece em função da necessidade que um conjunto de pessoas sente de discutir, aprender, trocar informações sobre algum tema. "A comunidade é um veículo através do qual ocorre a aprendizagem *online*", explicitam Palloff e Pratt (2002, p.53). Os professores que têm esta perspectiva, adentrando-se a um novo paradigma de Educação, estimulam a iniciativa, a criatividade, o questionamento, o pensamento crítico, o diálogo e a colaboração.

Isso posto, apesar da dificuldade de diferenciar precisamente, é possível falar das "**comunidades virtuais de aprendizagem**" (CVA). Alguns teóricos partiram da idéia de "rede" e, ao invés de abordar questões acerca das CVA, falam em "redes de aprendizagem" (HARASIM et al., 2005). Elas surgem, com maior freqüência, a partir de um curso ou disciplina. Há casos, por exemplo, em que em um curso semi-presencial há um suporte virtual. Com o fim do curso, muitas vezes as pessoas querem continuar mantendo contato, trocando informações, e constituem, então, uma CVA. Nesse caso, não há compromissos institucionais. Não há limite de duração. As pessoas mantêm-se unidas enquanto tiverem interesse em fazê-lo. Logo, o que determina a criação de uma CVA, é a necessidade de encontrar pessoas com objetivos comuns (PALLOFF; PRATT, 2002).

Johnson et al. (2002) e Palloff e Pratt (2002) discutem sobre a formação e o desenvolvimento dessas comunidades de aprendizagem, abordando suas diferentes fases. Palloff e Pratt (2002, p.56) assinalam alguns indicadores que podem ajudar a identificar se uma comunidade virtual está se formando:

- Interação ativa, envolvendo tanto o conteúdo do curso quanto a comunicação pessoal;
- Aprendizagem colaborativa, evidenciada pelos comentários dirigidos mais de um estudante a outro do que de um estudante ao professor;
- Significado construído socialmente, evidenciado pelo acordo ou pelo questionamento;
- Compartilhamento de recursos entre os alunos;

- Expressões de apoio e de estímulo trocadas entre os alunos, além de vontade de avaliar criticamente o trabalho dos colegas.

E esses aspectos abrem espaço para novas discussões. Considerando a possibilidade de “falar na forma escrita”, Santos e Borba (2006, p.3) consideram que “o *chat* é uma maneira de indivíduos, geograficamente separados, se comunicarem utilizando a fala escrita”. Há a possibilidade do discurso síncrono, e as pessoas podem “falar ao mesmo tempo”, ou seja, várias mensagens podem ser enviadas simultaneamente. Dessa forma, a escrita e a leitura são reorganizadas por quem está no *chat*, e se transformam com a tecnologia informática, o que Borba (2004) denomina de “multiálogo”.

Assim sendo, é possível notar que comunicação por *chat*, videoconferência, correio ou telefone, por exemplo, se diferenciam sob vários aspectos, o que ilustra o papel da mídia no processo de interação.

Em interface com a Educação Matemática, Bairral (2004) faz uma análise das especificidades discursivas inerentes ao *chat*, focando o compartilhamento e a construção do conhecimento matemático. A partir de experiências realizadas com professores de Matemática, em cursos de curta duração na área de Geometria, desenvolvidos a distância, com recursos síncronos e assíncronos, esse autor destaca a possibilidade de elaboração conjunta de uma linha de pensamento, e observa que nesse ambiente de interação há ênfase no discurso escrito e necessidade de implicação imediata com reflexão colaborativa. Entre suas vantagens, menciona o registro e a reprodução impressa; e a discussão com reflexão e resposta imediata. Por outro lado, aponta aspectos negativos, como a impossibilidade de participação de um grande número de pessoas, uma vez que isso inviabiliza acompanhar a discussão, e de inserção de imagens compartilhadas e desenhos explicativos.

Com a videoconferência é possível explorar imagens e desenhos e, para Bairral (2005), essa é uma alternativa que enriquece o processo de desenvolvimento do pensamento crítico, especialmente em países de grande extensão territorial como o Brasil, ainda que também esteja limitada a um pequeno número de participantes.

E discussões iniciadas de forma síncrona (como por *chat* e videoconferência) podem ser prolongadas em outros espaços comunicativos, como o fórum. Nesse caso, a interação em tempo diferido pode dar abertura a uma comunicação contínua,

facilitando o esclarecimento e a complementação de diferentes aspectos das atividades propostas no curso. Dessa forma, acredita que “é possível aos professores aprender quando compartilham seriamente suas experiências profissionais e refletem criticamente sobre elas” (BAIRRAL, 2005, p.50). Assim sendo, não é a quantidade de intervenções que implica a produção de conhecimento, mas a disponibilidade e abertura para se aprofundar em uma discussão proposta.

Ao propor um curso de formação continuada, é fundamental considerar essas questões, e a forma como se entende esse processo de formação condiciona sua proposta pedagógica.

3.5 Formação de professores

Considero a *formação* um movimento processual. Como observa Guérios (2005), os movimentos de formação formal são pontuais, enquanto sua reação é não-pontual, pois os momentos de formação formal fertilizam a prática do professor, impulsionando-os a novos fazeres.

É como se a cada ação pontual (imediate) correspondesse uma reação não pontual (não apenas imediata), cujos efeitos se fazem sentir ao longo da caminhada profissional, entrelaçando-se a reflexos de tantas outras reações provocadas por tantos outros momentos formais que, por sua vez, vão adquirindo sentido, ao se darem refletidas experiencialmente (p.134).

Desse modo, conhecimentos produzidos em momentos formais de formação interagem com a vida do professor, nas dimensões profissional e pessoal. No que tange à formação continuada, Guérios (2005) sugere que esta deve produzir um movimento interior que provoque no professor um processo de transformações. Para essa autora, a formação continuada é um transcurso que pode ser interpretado “como um único e contínuo caminhar, o que nos leva a conjecturar que nesse caminhar, transformações vão ocorrendo, provocadas pela interação entre etapas formais de formação e a experiencialidade, na dinâmica do cotidiano coletivo” (p.136).

Pensar a formação continuada do professor deve, então, considerar aspectos relevantes de sua experiência profissional. Bairral (2005, p.52) sugere que o

professor deve refletir criticamente sobre sua prática, de forma constante. Ademais, acrescenta que “os programas formativos são instrumentos eficazes para levar o professor a desenvolver suas capacidades de intuir, imaginar, levantar hipóteses, refletir, analisar, organizar e selecionar, para uma tomada de decisão consciente”. Corroborando essa idéia, Martins (2002, p.105) postula que “o conhecimento mais importante é aquele que deriva desse processo de tomada de decisão”.

Schön (1995) enfatiza a existência de um *conhecimento-na-ação*. É um conhecimento técnico, que se manifesta no saber fazer, mesmo que esse conhecimento, fruto de experiências e reflexões anteriores, tenha se consolidado em rotinas. Articular seu conhecimento-na-ação com o saber escolar é uma forma de *reflexão-na-ação*, que exige do professor uma capacidade de individualizar, ou seja, de dar atenção a cada aluno de forma individualizada, de esforçar-se para entender o processo de produção de conhecimento do aluno, mesmo que estejam presentes trinta alunos na sala de aula. Nesse processo,

[...] existe, primeiramente, um momento de surpresa: um professor reflexivo permite-se ser surpreendido pelo que o aluno faz. Num segundo momento, reflete sobre esse fato, ou seja, pensa sobre aquilo que o aluno disse ou fez e, simultaneamente, procura compreender a razão por que foi surpreendido. Depois, num terceiro momento, reformula o problema suscitado pela situação. [...] No quarto momento, efetua uma experiência para testar a sua nova hipótese (p.83).

Esse autor sugere, ainda, um olhar retrospectivo e uma *reflexão-sobre-a-ação*, procurando analisar, após a aula, o que aconteceu, o que se observou.

Em consonância, Perez et al. (2002, p.61) explicitam que “a reflexão é vista como um processo em que o professor analisa sua prática, compila dados, descreve situações, elabora teorias, implementa e avalia projetos e partilha suas idéias com colegas e alunos, estimulando discussões em grupo”.

Quando a reflexão sobre a ação acontece de modo constante, produzindo conhecimento coletivamente, prevalece um processo colaborativo de formação contínua (LOPES, 2005). Nesse sentido, o trabalho coletivo/colaborativo se constitui de contexto e ferramenta poderosos para o desenvolvimento profissional dos professores, como sugere Ferreira e Miorim (2003). E, nesse caso, o grupo tem papel fundamental nos processos de produção de saberes e de reflexão, mas Nacarato (2005) faz a ressalva de que a apropriação ou a internalização é um processo

individual, não dependendo apenas dos momentos compartilhados, mas também do desenvolvimento profissional de cada um.

Assim como Perez et al. (2002), acredito em uma "formação continuada na qual são elementos cruciais a **reflexão** sobre a prática pedagógica e a **colaboração** e **discussão** entre os professores" (p. 61, grifo dos autores). E como afirma Bairral (2005), ela deve proporcionar ao professor condições de enfrentar, individual e coletivamente, situações de aprendizagens novas e de tipos diferentes. Essa formação está em simbiose com o desenvolvimento profissional do professor:

A formação está muito associada à idéia de "freqüentar" cursos, numa lógica mais ou menos "escolar"; o desenvolvimento profissional processa-se através de múltiplas formas e processos, que incluem a freqüência de cursos, mas também outras atividades, como **projetos, troca de experiências, leituras, reflexões** [...], o professor é objeto de formação, mas é sujeito no desenvolvimento profissional [...], o desenvolvimento profissional tanto pode partir da teoria como da prática; e, em qualquer caso, tende a considerar **a teoria e a prática interligadas** (PONTE, 1996, p.194, grifo do autor).

Segundo Nacarato (2005, p.176), pesquisas na área de formação de professores ressaltam "a importância da escola e do trabalho coletivo/colaborativo como instâncias de desenvolvimento profissional, uma vez que estas proporcionam aos professores condições de formação permanente, troca de experiências, busca de inovações e de soluções para os problemas que emergem do cotidiano escolar". Um grupo constituído de professores de uma mesma escola, na própria escola, torna-se um ambiente 'seguro' para a produção coletiva compartilhada, atendendo às especificidades locais.

Nessa formação *in lócus*, é preciso considerar o relevante papel do agente externo que atua junto ao grupo da escola. Sua função de facilitador educativo estimula "processos de problematização e reflexão da prática docente. Seu papel é colaborar com o desenvolvimento profissional do professor, no intuito de ajudá-lo a tornar-se reflexivo sobre sua própria prática" (NACARATO, 2005, p.179).

Ademais, Nacarato (2005) salienta que tomar a experiência dos professores como ponto de partida da formação continuada não implica em negar o saber produzido pelas ciências da Educação, mas considerar, sim, a prática como ponto de partida e chegada do processo de formação. Dessa forma, momentos formais de formação se tornam espaço para reflexão, uma vez que o professor está sujeito a

eventos inesperados e interrupções variadas e nem sempre as aulas saem de acordo com o planejado.

Os professores lidam diariamente com situações complexas, e considerando o ritmo acelerado das atividades e múltiplas variáveis em interação, há poucas oportunidades para que eles possam refletir sobre os problemas e trazer seus conhecimentos à tona para analisá-los e interpretá-los (PEREZ et al., 2002, p.69).

Nesse sentido, em consonância com a idéia de Perez et al. (2002), acredito que o desenvolvimento profissional do professor e a prática reflexiva representam os principais elementos que direcionam a formação continuada de professores. Assim, como Guérios (2005, p.137), "adoto o postulado que o professor é sujeito de sua formação, o que possibilita conjecturar sobre a importância que a perspectiva experiencial adquire no processo de desenvolvimento profissional".

Dentro desse cenário, a presença de inovações, como as tecnologias da informação e comunicação (TIC), tem causado "a necessidade de novos conhecimentos e competências, que exigem o seu domínio específico, mas propicia igualmente uma reflexão mais geral sobre os objetivos e as práticas educativas" (PONTE, 1992, p. 25). E esse deve ser um aspecto a ser considerado ao lidar com o conhecimento matemático do professor, pois suas concepções sobre o uso de tecnologias influenciam e são influenciadas por sua prática. Seguramente essas questões foram consideradas quando da elaboração e do desenvolvimento do curso *Geometria com Geometricks*, ao se tentar estruturar um ambiente de troca que culminasse em um processo de formação (e aprendizagem) colaborativa.

3.6 Aprendizagem colaborativa em ambiente *online*

Parto da concepção de aprendizagem de Almeida (2001, p.23), no qual

[...] aprender é descobrir significados, elaborar novas sínteses e criar elos (nós e ligações) entre parte e todo, unidade e diversidade, razão e emoção, individual e global, advindos da investigação sobre dúvidas temporárias, cuja compreensão leva à elaboração de certezas provisórias ou a novos questionamentos relacionados com a realidade [...] [e que] aprender em um processo colaborativo é planejar; desenvolver ações; receber, selecionar e enviar informações; estabelecer conexões; refletir sobre o processo em desenvolvimento em conjunto com os pares; desenvolver

interaprendizagem, a competência de resolver problemas em grupo e a autonomia em relação à busca e ao fazer por si mesmo.

Considerando, então, a colaboração como parte do processo interativo, tomo a concepção de Campos et al. (2003, p.26) sobre aprendizagem cooperativa, em um ambiente *online*, mas não restrito a ele, como uma

[...] proposta pedagógica na qual estudantes ajudam-se no processo de aprendizagem, atuando como parceiros entre si e com o professor, com o objetivo de adquirir conhecimento sobre um dado objeto. A cooperação como apoio ao processo de aprendizagem enfatiza a participação ativa e a interação tanto dos alunos como dos professores. O conhecimento é considerado um construto social, e desta forma o processo educativo acaba beneficiado pela participação social em ambientes que propiciem a interação, a colaboração e a avaliação.

Corroboro essa perspectiva dos autores. No entanto, da forma descrita ela se relaciona, a meu ver, com a aprendizagem colaborativa. Como discute Kenski (2003), em um grupo de pessoas a colaboração se expande para além de conteúdos específicos, estabelecendo-se regras de convivência e sociabilidade.

Ainda concordando com essa autora,

[...] a colaboração difere da cooperação por não ser apenas um auxílio ao colega na realização de alguma tarefa [...]. Ela pressupõe a realização de atividades de forma coletiva, ou seja, a tarefa de um complementa o trabalho de outros. Todos dependem de todos para a realização das atividades, e essa interdependência exige aprendizados complexos de interação permanente (p.112).

Miskulin et al. (2005) esclarecem que na cooperação, as pessoas estão envolvidas de forma a executar tarefas e realizar ações de seu interesse. Na colaboração, por sua vez, há maior reciprocidade, estabelecendo-se metas comuns. Dessa forma, segundo Pinto (2002), o que se percebe é que, ao ajudar o outro também me ajudo, colaborando comigo mesmo. Cada um enuncia sua voz do lugar onde cada um ocupa, mas todos trabalham juntos. Para Ferreira e Miorim (2003, p.17), "colaborar é co-responsabilizar-se pelo processo. É ter vez, ter voz e ser ouvido, é sentir-se membro de algo que só funciona porque todos se empenham e constroem coletivamente o caminho para alcançar os objetivos".

Em consonância, Fiorentini (2004) elucida que, do ponto de vista etimológico, embora cooperação e colaboração tenham o mesmo prefixo *co*, que significa *ação conjunta*, eles se distinguem pelo significado de *operare*, que é "operar, executar, fazer funcionar de acordo com o sistema" e *laborare*, que é "trabalhar, produzir, desenvolver atividades tendo em vista determinado fim" (p.50).

Dessa forma, na colaboração, “todos trabalham conjuntamente (co-laboram) e se apoiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns”. E esse autor, assim como Ferreira e Miorin (2003), complementa que é possível partir de uma prática cooperativa e vir a constituir um grupo colaborativo,

[...] à medida que seus integrantes vão se conhecendo e adquirem e produzem coletivamente conhecimentos, os participantes adquirem autonomia e passam a auto-regular-se e a fazer valer seus próprios interesses, tornando-se, assim, grupos efetivamente colaborativos (FIORENTINI, 2004, p.53).

Ao abordar a formação de professores a distância, Bairral (2004) observa que o compromisso e a colaboração fluem quando os professores percebem seus interesses profissionais respeitados e valorizados, pois são fatores que influenciam significativamente a qualidade da discussão virtual. Sua experiência mostrou que “é possível (re)construir conhecimentos à distância e aprender diferencialmente, contribuindo, assim, com mudanças significativas na prática docente” (BAIRRAL, 2005, p.64).

Ao analisar o trabalho colaborativo na formação de professores, Miskulin et al. (2005, p.198) pontuam que

[...] há uma dimensão formativa do sujeito que participa de práticas colaborativas. Nesse sentido, a colaboração entre professores requer atenção especial e criação de uma sinergia no grupo de modo que possa haver, ao mesmo tempo, produção de conhecimentos novos que promovam melhoria da prática, aprendizagem compartilhada e também desenvolvimento pessoal e profissional dos participantes.

A opção de pertencer a um grupo, acrescenta Fiorentini (2004, p.54), é influenciada pela identificação da pessoa com os integrantes desse grupo, e pela “possibilidade de compartilhar problemas, experiências e objetivos comuns”. Para Nacarato (2005), a confiança é um ingrediente básico para a constituição de um grupo em que a criação de relações de trabalho em colaboração seja significativa, e essa confiança é pautada no diálogo, na lealdade e na reciprocidade nos momentos de tomada de decisão.

Nesse contexto, o apoio mútuo entre seus membros é um fator fundamental de sobrevivência de um ambiente colaborativo. Ao relatar sua experiência em um grupo colaborativo de professores de Matemática, Fiorentini (2004, p.57) observa que o respeito permeia o apoio mútuo:

O grupo, nesses casos, tem, de um lado, manifestado profundo respeito aos saberes conceituais e experiências de cada professor traz para os encontros,

bem como em relação às suas dificuldades e possíveis falhas, e, de outro, dado apoio efetivo e tentado encontrar colaborativamente soluções para os problemas. Isso tem contribuído para aumentar a confiança, a auto-estima e o respeito mútuo dos professores.

Isso não impede que, se necessário, o formador aja com polidez (e delicadeza), de forma a não deixar de dizer coisas importantes por não serem agradáveis de se ouvir (FERREIRA; MIORIM, 2003).

Dessa forma, todos os membros do grupo assumem um mínimo de ação protagonista, não se limitando a ser meros fornecedores de informações e materiais, mas sendo atores que produzem conhecimento, que aprendem e também ensinam (FIORENTINI, 2004). Nessa direção, Larrín e Hernández (2003, p.45) afirmam que o objetivo maior de um trabalho colaborativo “é criar uma sinergia que permita não apenas a aprendizagem, mas também a geração de um conhecimento novo, na medida em que é nutrida de vozes e de posições diferenciadas que contribuem para a melhoria da prática”.

Para Hargreaves (2001), o que determina a colaboração é a vontade interna de cada indivíduo de querer trabalhar junto com o outro, de desejar fazer parte de um determinado grupo. “Nas culturas de colaboração, as relações de trabalho em colaboração dos professores com seus colegas tendem a ser: espontâneas; voluntárias; orientadas para o desenvolvimento; difundidas no tempo e no espaço; e imprevistas” (HARGREAVES, 1998, p. 216). Nesse contexto, a colaboração pode contribuir para o desenvolvimento da escola e também do professor.

Em contrapartida, trocar experiências, compartilhar soluções de problemas propostos, atuar junto não implica pensar de maneira uniforme. As trocas visam os diversos objetivos, que podem ser de todo o grupo, de alguns membros ou de um único deles. É um ambiente de contribuição, em que se somam as individualidades na busca de um benefício coletivo (KENSKI, 2003). Como enfatizam Lévy (2000) e Torres (2004), coletivo não é necessariamente sinônimo de maciço e uniforme,

[...] já que respeita os alunos como indivíduos diferentes, que na heterogeneidade produzem e crescem juntos [...]. E é na heterogeneidade que se estabelecem novas formas de relação entre os pares. Ao desenvolver atividades em grupo é preciso gerenciar conflitos sócio-cognitivos, propor alternativas, rever conceitos, discutir posições, repartir cargas cognitivas, reelaborar idéias, repartir autorias, negociar e muitas vezes exercer um processo de auto e mútua-regulação (TORRES, 2004, p.14).

Nesse sentido, Nacarato (2005, p.183) salienta que um grupo colaborativo pode ser um ambiente “ideal para trocas de experiências e de aprendizagem [...], mas sem perder a subjetividade ou individualidade de cada um, ou seja, sem produzir uma perspectiva única ou uniforme”. Como sugere Ferreira (2003), esse processo não impede que cada participante tenha o seu ponto de vista e distintos interesses, aportando diferentes contribuições, a partir de diferentes níveis de participação. Ademais, colaborar não implica que todos participem da mesma forma. “Cada um colabora à sua maneira, com os recursos de que dispõe e a partir do ‘seu olhar’. O olhar de cada um tem a ver com sua história, suas experiências, suas condições de trabalho e seu momento de vida atual” (FERREIRA; MIORIM, 2003, p.19). As diferenças de ‘olhar’ podem vir a se revelar como elemento para a colaboração, ao possibilitar que os envolvidos dêem o melhor de si, na busca de crescer e contribuir para o grupo.

Entrelaçado ao conceito de aprendizagem colaborativa, está a perspectiva de *inteligência coletiva*, de Lévy (1999, 2000), que a define como “*uma inteligência distribuída por toda a parte, incessantemente valorizada, coordenada em tempo real, que resulta em uma mobilização efetiva das competências*” (LÉVY, 2000, p.28, grifo do autor)²⁰.

Sob essa concepção, o conhecimento da humanidade está distribuído por todos os lugares, e “não existe nenhum reservatório de conhecimento transcendente, e o saber não é nada além do que o que as pessoas sabem” (LÉVY, 2000, p.29). A partir dessa premissa, ninguém é totalmente ignorante, pois, em algum contexto,

²⁰ Esclareço que neste trabalho uso “tempo real” quando me refiro à possibilidade de interação instantânea na Internet. O *Messenger*, por exemplo, é um comunicador instantâneo, que permite uma conversa em tempo real, por fala e/ou escrita. Assim que termino de escrever uma mensagem e aperto a tecla “enter”, a pessoa que está conversando comigo recebe a mensagem. Para Lévy (2000), “tempo real” não tem esse significado tão restrito, ainda que também considere que o tempo real reduz “a zero o atraso na obtenção de resultados” (p.74), como eu entendo. De modo mais amplo, observa que “a criação de uma espécie ou raça depende de uma temporalidade geológica (a seleção natural conta em termos de milhares de anos), em seguida histórica (a seleção artificial conta em termos de gerações) e atinge hoje o tempo real, o imediato (as biotecnologias contam em termos de meses humanos, em equipamentos e em dólares)” (p.49). Assim sendo, ao tempo real associa-se a possibilidade de retorno a um prazo menor de tempo em um determinado contexto. No âmbito da informática, entendo que o ciberespaço possibilita que pessoas se comuniquem, enviem e recebam mensagens de todas as formas, em um curto prazo, como acontece no *chat*, videoconferência, e mesmo fórum ou *e-mail* (que não são de natureza assíncrona), desde que as pessoas se manifestem constantemente. Sugiro a leitura de “Inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço”, de Pierre Lévy, para maior aprofundamento sobre esse aspecto.

seu conhecimento é valioso. Uma pessoa analfabeta, por exemplo, pode desconhecer as obras de Machado de Assis, mas pode saber costurar como poucos.

A inteligência coletiva procura engendrar diferentes saberes de um grupo, valorizando o que melhor compreende cada um de seus indivíduos.²¹ Nesse sentido, Lévy (1999, p.207) observa:

É preciso compreender aqui a inteligência no sentido da educação, das faculdades de aprendizagem (aprender em conjunto e uns com os outros!), das competências adquiridas e colocadas em sinergia [...], das capacidades de inovar e de acolher a inovação. Mas é preciso também entender a inteligência no sentido de união e conformidade de sentimentos. A inteligência coletiva também pressupõe, portanto, capacidade de criar e de desenvolver a confiança, a aptidão para tecer laços. Ora, o ciberespaço oferece um poderoso suporte de inteligência coletiva, tanto em sua faceta cognitiva como em seu aspecto social.

Nessa perspectiva, “o ciberespaço tornar-se-ia o espaço móvel das interações entre conhecimentos e conhecedores de coletivos inteligentes” (LÉVY, 2000, p.29), permitindo que o grupo se mantenha em contato contínuo.

Essa concepção se enraíza nos aspectos participativo, socializante e emancipador. A inteligência coletiva multiplica e coloca em sinergia as competências humanas (LÉVY, 1999). Nesse contexto, o ciberespaço organiza comunidades de diferentes tamanhos, articulando coletivos inteligentes entre si. Azevedo (2006b, p.15) ainda alerta que a exigência por profissionais que saibam trabalhar em grupo, interagindo de forma virtual ou presencial, é uma tendência corrente e que

[...] a sociedade hoje requer um sujeito que saiba contribuir para o aprendizado do grupo de pessoas do qual ele faz parte, quer ensinando, quer mobilizando, respondendo ou perguntando. É a inteligência coletiva do grupo que se deseja por em funcionamento, a combinação de competências distribuídas entre seus integrantes, mais do que a genialidade de um só.

“Na atual sociedade do conhecimento, o trabalho individual não tem mais espaço. O individualismo parece constituir-se em uma heresia”, segundo Nacarato (2005, p. 175).

²¹ Esclareço, ainda, que, na minha concepção, não há uma dissonância entre “inteligência coletiva” e o construto “seres-humanos-com-mídias”, uma vez que a primeira procura valorizar os saberes de cada ator humano de um grupo, e cada saber é, por sua vez, qualitativamente distinto quando seres humanos pensam-com ou agem-com mídias diferentes. No exemplo da analfabeta, certamente sua costura é diferente quando a faz “à mão” (só com agulha e linha) ou quando é feita à máquina e, conversando com outra pessoa, pode trocar conhecimento e aprender uma nova técnica. “Inteligência coletiva” e “seres-humanos-com-mídias” têm, portanto, dimensões diferentes ao meu ver e, no curso *Geometria com Geometricks*, entendo que ambos conceitos caminham entrelaçados.

Para isso é imprescindível o empenho individual de cada membro do coletivo, pois

[...] *toda inteligência coletiva do mundo jamais irá prescindir da inteligência pessoal*, do esforço individual e do tempo necessário para aprender pesquisar, avaliar, integrar-se às diversas comunidades, mesmo que virtuais. A rede jamais pensará em seu lugar, e é melhor assim (LÉVY, 1999, p.244-5, grifo do autor).

Entremeando ciberespaço, comunidade virtual e inteligência coletiva, não há comunidade virtual sem interconexão (ciberespaço) e não há inteligência coletiva que comporte pessoas geograficamente distantes, especialmente em grande escala, sem virtualização das comunidades no ciberespaço. “A interconexão condiciona a comunidade virtual, que é uma inteligência coletiva em potencial” (LÉVY, 2000, p.133).

Diante do exposto, e tomando as concepções anteriormente apresentadas, de interação, seres-humanos-com-mídias, coletivo pensante, colaboração e aprendizagem, defino **aprendizagem colaborativa *online*** como o processo em que alunos, professores e tecnologia participam ativamente e interagem à distância para produzir significados coletivamente, levantando incertezas que alimentam a busca por compreensões e suscitam novas incertezas. Dessa forma, seres humanos e mídias planejam e desenvolvem ações de interesse de um grupo, respeitando as individualidades, de modo a produzir conhecimento colaborativamente no ciberespaço.

Em seqüência, apresento algumas concepções teóricas acerca de aspectos relacionados à visualização e argumentação matemática, que têm grande relevância na aprendizagem colaborativa *online* em Matemática.

CAPÍTULO IV

ARGUMENTAÇÃO E VISUALIZAÇÃO NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

*Não há nada que conduza à verdade.
Temos que navegar por mares sem
roteiros para encontrá-la*
J. Krisnamurti

No curso *Geometria com Geometricks*, a produção de conhecimento foi condicionada por aspectos matemáticos discutidos na literatura, os quais serão tratados nesse capítulo.

4.1 O Raciocínio

Chalés Pierce, Lógico e Filósofo, ao estudar a lógica da descoberta científica, concluiu que há três tipos de raciocínio: dedução, indução e abdução. Assim, ao produzir conhecimento matemático, o raciocínio lógico pode ser de natureza dedutiva (do todo para a parte), indutiva (da parte para o todo) e abdutiva ("combinação do indutivo e do dedutivo com um componente a mais, a Reificação, que são hipóteses ou conjecturas testáveis matematicamente" (MISKULIN, 1999, p.345)). Para Pierce

(1977, p.220), "a dedução prova que algo deve ser; a indução mostra que alguma coisa é realmente operativa; a abdução simplesmente sugere que alguma coisa pode ser". Dessa forma, a abdução é um modo de raciocínio que, a partir de um método de inferência, assume uma conclusão como aproximada, que pode conduzir à verdade.

Às idéias de Pierce, Miskulin (1999, p.348) reforça que o raciocínio abduativo representa o "arriscar", as tentativas e expectativas de solucionar um problema e é concebido "como um dos mais importantes raciocínios no processo de se 'fazer matemática', pois o sujeito, ao resolver problemas, lança mão de inferências e hipóteses e testa-as matematicamente", reorganizando as estratégias e os procedimentos utilizados. Para Josephson e Josephson (1996, p.5), a abdução "é uma forma de inferência que vai dos dados que descrevem algo, a uma hipótese que melhor explique ou esclareça os dados".

Scucuglia (2006, p.86) observa que o processo de generalização de informações, em sua essência, "pode ser concebido como um processo de indução, no qual as inferências intuitivas são privilegiadas. E, inerente ao indutivo no fazer matemático, está a necessidade de uma abordagem dedutiva". Corroborando essa idéia, Miskulin (1999) ressalta que a indução possui um valor pedagógico, podendo auxiliar na compreensão.

Pierce (1977) destaca a importância da "hipótese" para o processo de descoberta científica. É o seu início e, a partir dela, é possível gerar a explicação científica de um fenômeno. Nesse sentido, Miskulin (1999) complementa que, para aquele autor, a abdução é parte do método científico, não o separando dos processos de testagem, ou seja, a partir de uma hipótese, suas conseqüências devem ser deduzidas e testadas.

Isso posto, entendo que indução, dedução e abdução podem atuar de forma articulada e condicionam a produção de conhecimento matemático, em um processo de levantar hipóteses, procurar testá-las e justificá-las para verificar sua veracidade.

4.2 Argumentação matemática na sala de aula

A fundamentação e a explicação de raciocínios, a descoberta do “porquê” de determinados resultados, a formulação e prova de conjecturas, o desenvolvimento de argumentos matemáticos e a seleção e utilização de vários tipos de raciocínio e métodos de prova são aspectos importantes do “fazer” matemática. E segundo Boavida (2005), o ato de formular argumentos válidos para justificar opiniões e de compreender a validade de uma afirmação está ligado com a consistência da argumentação lógica.

Essa autora fez um estudo sobre o processo de argumentação na aula de Matemática e nos chama a atenção sobre questões relevantes nesse contexto. A iniciar pelo fato de que, embora freqüentemente utilizado na Educação Matemática, o seu significado não tem sido amplamente discutido, pois o foco costuma ser as discussões sobre conceitos de prova e demonstração, que é um tipo particular de argumentação. Tomo sua concepção de “argumentação”:

a expressão argumentação matemática é usada para designar a argumentação na aula de Matemática, ou seja, conversações aí desenvolvidas cujo foco é a Matemática e que assumem a forma de raciocínios de caráter explicativo ou justificativo destinados seja a diminuir riscos de erro ou incerteza na escolha de um caminho, seja para convencer um auditório a aceitar ou rejeitar certos enunciados, idéias ou posições pela indicação de razões (BOAVIDA, 2005, p.20).

Sendo que o conceito de auditório remete à idéia de considerar *um outro* que, na aula de Matemática, pode ser apenas um aluno, que delibera consigo mesmo; pode ser a classe toda; um colega com quem se discute uma idéia; ou até ainda a comunidade matemática.

Nesse sentido, abre-se espaço para a constituição de um ambiente em que os alunos se envolvem na discussão matemática, expondo e defendendo suas idéias e comentando sobre as dos colegas, a qual Boavida (2005) denomina de *comunidade de discurso matemático*.

Essa autora ainda destaca que para envolver os alunos em um ambiente como esse, propício para o desenvolvimento de argumentação matemática, é importante que haja negociação de normas de ação e interação que facilitem a sua constituição e desenvolvimento.

Boavida (2005) salienta ainda que, ao pensar uma atividade que leve os alunos a se envolver em processos de argumentação matemática acarreta numa intensificação e complexificação da preparação da aula. Por outro lado, observa que tão importante quanto o material proposto, são os meios que o professor usa para fazer surgir contribuições dos alunos, e “o modo como lida com essas contribuições e a capacidade de improvisar intervenções que, enraizando-se no que ouve, incentiva a expressão de idéias e ajuda os alunos a avançar na compreensão da Matemática” (p.25).

Dessa forma, se o professor estiver atento, é possível que de uma resolução de um exercício possa surgir um momento profícuo para episódios de argumentação matemática, o que ressalta o fato de que as oportunidades podem emergir durante as discussões matemáticas.

Assim, é apenas em ação que o professor consegue imaginar a melhor forma de facilitar a emergência destes episódios e o que fazer para apoiar o seu desenvolvimento. [...] [É possível evidenciar que] um conhecimento holístico e profundo do currículo, uma atenção sistemática a conexões entre os temas matemáticos neles incluídos, [...] uma cuidadosa seleção de tarefas – sem esquecer que não bastam – e uma preparação meticulosa e abrangente das aulas, podem dotar o professor de recursos que, em situação, lhe permitam improvisar o melhor modo de agir para favorecer e apoiar o envolvimento dos alunos em argumentação matemática (BOAVIDA, 2005, p.26).

E esse envolvimento dos alunos é potencializado por outros aspectos, como a ação de legitimar a possibilidade dos alunos expressarem suas idéias, de confrontarem com o ponto de vista dos colegas e de se posicionarem em relação a eles. Isso abre espaço para os alunos participarem da discussão matemática, para que aprendam a falar e a ouvir.

Assim, criar um ambiente que leve os alunos a argumentarem matematicamente é um processo complexo. É necessário preparar questões desafiadoras do pensamento, ou mesmo improvisá-la no decorrer de uma aula; perceber, intuitivamente, o momento propício para lançar uma ou outra pergunta e de que forma fazê-lo; incentivar contribuições e interações entre os alunos; partilhar a liderança da aula durante as discussões, para que eles possam expor seus raciocínios; evidenciar posicionamentos divergentes, de modo a levar os alunos a chegarem a consensos matematicamente válidos; mostrar a relevância da

participação de todo o grupo e não de apenas alguns de seus membros; e valorizar as diferentes vozes. Harmonizar essas ações é um desafio.

Uma grande contribuição para esse processo é a exploração do aspecto visual dos resultados matemáticos. "A justificação da validade de uma conjectura passa pela sua verificação através de exemplos" (BOAVIDA, 2005, p.29), que é facilitada quando apoiada na percepção visual.

4.3 Visualização e Educação Matemática

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), o pensamento matemático desenvolve-se inicialmente pela visualização. Para Fonseca et al. (2001, p.75), que escreveram sobre a Geometria no ensino fundamental, o termo visualização abordado pelo PCN tem sentido restrito à observação atenta das figuras geométricas e ressaltam que preferem tomá-lo no sentido mais amplo, que

[...] abrange a formação ou concepção de uma imagem visual, mental (de algo que não se tem ante os olhos no momento). Isso porque, de fato, é no exercício de observação de formas geométricas que constituem o espaço, e na descrição e comparação de suas diferenças, que as crianças vão construindo uma imagem mental, o que lhes possibilitará pensar no objeto na sua ausência.

Nesse sentido, a visualização é parte do "fazer" matemática. Frant et al. (1999) pontuam que "existe um consenso entre os pesquisadores sobre a importância da visualização em Matemática", e Santos e Borba (2006, p.7) acrescentam que "a geometria, em particular, está intimamente ligada ao aspecto visual".

Na Matemática, a visualização está associada à habilidade de interpretar e entender informações figurais. Para tanto, podem ocorrer dois processos: interpretar uma imagem visual ou criar uma imagem visual a partir de uma informação não-figural. Visualização é considerada, ainda, como um "processo de formação de imagens (mentalmente ou com papel e lápis ou com outra tecnologia), usada com intuito de obter um melhor entendimento matemático e estimular o processo de descoberta matemática" (BORBA; VILLARREAL, 2005, p.80).

O ato de visualizar pode consistir em uma construção mental de objetos, ou dos processos a eles associados, percebidos pelo indivíduo como externos. Alternativamente pode, ainda, consistir em uma construção, em uma mídia externa como o papel, lousa ou tela do computador, de objetos ou eventos que o indivíduo identifica com objetos ou processos de sua mente. No entanto, embora uma distinção seja feita entre o que é externo (papel, computador, etc.) e o que é interno (mental), é o indivíduo que percebe (e não uma outra pessoa que define) aqueles objetos como interno ou externo (BORBA; VILLARREAL, 2005).

De acordo com Cifuentes (2005), visualizar é ser capaz de formular imagens mentais e está no início de todo o processo de abstração. Para esse autor, "o visual na matemática não deve ser entendido só em relação à percepção física, senão também a um certo tipo de percepção intelectual, ligado fortemente à intuição matemática" (p.58). E postula que, na Matemática, dá-se pouca ênfase à intuição e aos processos de pensamento ligados a ela como a visualização, os argumentos narrativos e indutivos.

Dessa forma, a visualização é reconhecida tanto para a Matemática quanto para a Educação Matemática, embora com *status* diferente em cada uma dessas áreas, seja ela com tecnologia ou não. Nessa perspectiva, os computadores não são apenas assistentes dos matemáticos, mas transformam a natureza da própria Matemática, e, portanto, são vistos como atores do coletivo pensante. Na Educação Matemática, a visualização é parte dos processos de ensino e aprendizagem, de produção matemática dos alunos, o que justifica sua relevância nessa área:

- a visualização se constitui em um caminho alternativo de acesso ao conhecimento matemático;
- a compreensão de conceitos matemáticos requer múltiplas representações, e a representação visual pode transformar sua própria compreensão;
- a visualização é parte da atividade matemática e um caminho de resolver problemas;
- tecnologias com boas interfaces visuais estão presentes nas escolas, e seu uso nos processos de ensino e aprendizagem requer compreensão de processos visuais;
- se os conteúdos da própria matemática puderem mudar devido aos computadores, como proposto por alguns matemáticos, está claro que a matemática nas escolas se submeterá pelo menos a algum tipo de mudança;
- embora a demonstração seja vista como a rota oficial para a verdade na matemática acadêmica, isso poderia não necessariamente ser transportado para a aula de matemática nos níveis escolares (BORBA; VILLARREAL, 2005, p.96)

Cifuentes (2005, p.71) acredita que um dos desafios da Matemática do século XXI será tornar a visualização um argumento de demonstração, e que “as demonstrações visuais farão uso possivelmente de uma linguagem visual apropriada, envolvendo também meios computacionais”.

Garnica (1995, 1996a) advoga pela importância dos “teoremas visuais” em sala de aula, que podem ser entendidos inicialmente como

[...] um output visual ou gráfico de um programa de computação que os olhos organizam em um todo coerente e identificável, sendo útil para inspirar questões matemáticas de natureza tradicional ou que contribuem para nossa compreensão e enriquecimento de algumas situações matemáticas e reais. É a passagem da interação matemática à figura percebida, tida ou intuída em toda sua complexidade visual, explícita ou não (GARNICA, 1996a, p.51).

Para esse autor, podemos valorizar os olhos como um órgão que possibilita a descoberta e, independentemente da comunidade de matemáticos concordarem ou não, os “teoremas visuais devem ser adotados nos processos de ensino e aprendizagem. É hora da procura de um equilíbrio entre as metodologias da Matemática” (GARNICA, 1995, p.51).

Portanto, na Educação Matemática, a visualização tem valor pedagógico e está relacionada à compreensão dos estudantes, que pode se traduzir em representações internas ou externas, com ou sem uso de mídias. Com o avanço das tecnologias, entretanto, ela tem estado muito associada às mídias, especialmente ao computador.

Nesse sentido, para Borba e Villarreal (2005) não há dicotomia entre representação interna e externa. “Pensamos-com” imagens mentais e externas e com diferentes mídias, em diferentes coletivos pensantes. Ambas estão tão associadas que a dicotomia não faz sentido. Quando não temos acesso a representações externas, identificáveis aos olhos, recorreremos às representações internas, construídas ao longo de experiências matemáticas.

Assim sendo, a visualização é considerada como um recurso para a compreensão matemática, não apenas associada às representações gráficas, mas também representações numéricas e simbólicas. Para Borba e Villarreal (2005, p.93), abordagens algébricas e visuais se complementam no processo de aprendizagem matemática, sendo a importância dessa última justificada pelo(a):

- uso de informação gráfica para resolver questões matemáticas que poderiam também ser exploradas algebricamente;
- dificuldade em estabelecer interpretações algébricas de soluções gráficas;
- não necessidade de recorrer primeiramente à álgebra quando soluções gráficas são requisitadas;
- facilidade em formular conjecturas e refutações ou dar explicações usando informações gráficas.

Nesse caso, o computador é usado para testar conjecturas, para calcular e para decidir questões que têm informações visuais como ponto de partida.

Para Lourenço (2002, p.107), a informática pode contribuir sendo um “indutor de demonstrações”, ou “um elemento auxiliar na busca de resultados”, ou ainda um “incentivador de pesquisas”. Segundo ele, grande credibilidade é dada à argumentação quanto à validade de uma proposição quando esta é apoiada em fatores visuais.

Uma imagem ou uma seqüência de imagens é capaz de convencer até mesmo observadores que não têm grande habilidade em Matemática e pouca familiaridade e sutilezas de demonstrações formais. E entre aqueles que possuem uma tendência para a Matemática, a observação de imagens que sugerem resultados torna o trabalho muito mais interessante e, em geral, incentiva o estudante para a realização de novas investigações.

Porém, apenas com o visual não é possível tecer conclusões. Assim, a busca da justificativa não deve priorizar apenas o convencimento, mas, além disso, a explicação (HANNA, 2000; MARIOTTI, 2000; MARRADES; GUTIÉRREZ, 2000; VILLIERS, 1998). Nessa direção, Lourenço (2002, p.101) postula:

A necessidade de se provar resultados parece ser de reconhecida importância, entretanto, a forma segundo a qual se faz, na medida do possível, deve ser revista, sobretudo quando se trata de ensino, uma vez que a simples observação constata que essas demonstrações se mostram destituídas de significado para os estudantes.

Pensando sobre esses aspectos, ao estruturar o curso *Geometria com Geometricks*, o *software* de geometria dinâmica (SGD) foi uma das tecnologias escolhidas para propiciar a visualização e estimular o processo de argumentação matemática. *Softwares* dessa natureza permitem que figuras sejam arrastadas pela tela mantendo-se os vínculos estabelecidos nas construções.

Essa oportunidade suscitou, na Educação Matemática especialmente, algumas discussões. Laborde (1998) diferencia “desenhar” e “construir” uma figura com um SGD. Por exemplo, três segmentos de mesmo tamanho, que formam ângulos internos de 60° , podem ser considerados um desenho de um triângulo

equilátero. Mas somente terá sido construído um triângulo equilátero se seus vértices puderem ser arrastados de forma a manter as propriedades dessa figura, ou seja, se passar pelo “teste do arrastar” (OLIVERO et al., 1998).

Em Zulatto (2002b) apresentei um estudo sobre esse tipo de *software*, discutindo suas potencialidades e limitações, do ponto de vista dos professores de Matemática que o utilizam em suas aulas. Eles destacam como aspectos positivos, a possibilidade de realizar *construções* geométricas, de promover *atividades investigativas* e *descobertas matemáticas*, de *visualização* e *dinamicidade*.

Construir e arrastar as figuras permite identificar as propriedades geométricas descobertas. Além disso, quando conteúdos matemáticos são trabalhados com *softwares*, os alunos têm mais facilidade de observar as figuras, suas propriedades e invariantes, de acordo com os professores entrevistados em Zulatto (2002b). Eles ainda enfatizam que, com os *softwares*, “é possível visualizar as figuras em várias posições, em um curto espaço de tempo, devido à possibilidade de arrastá-las pela tela. Assim, é possível visualizar ‘todos’ os casos de uma mesma figura geométrica” (p.90), o que dificulta que sejam estabelecidas associações com figuras prototípicas.

Marrades e Gutiérrez (2000) pontuam que as duas maiores contribuições dos SGD são, primeiramente, propiciar um ambiente em que os alunos possam experimentar livremente, checando suas intuições e conjecturas e, segundo, propiciar maneiras não tradicionais de ensino e aprendizagem de conceitos e métodos matemáticos. Para eles, uma das vantagens dos SGD, corroborando as idéias de Laborde (1998), é a possibilidade de construir figuras complexas e visualizá-las em diferentes posições sem ter que construí-las novamente, acompanhando, em tempo real, as modificações pelo arrastar. Dessa forma, a possibilidade de arrastar torna esse ambiente potencialmente diferente do tradicional uso do lápis-e-papel.

Villiers (2001, p.31) ressalta, ao abordar o papel da demonstração com SGD, que esta tem significado para o aluno quando responde às suas dúvidas, provando o que para ele não é óbvio, e complementa que “uma demonstração é um argumento necessário para validar uma afirmação, um argumento que pode assumir várias formas diferentes desde que seja convincente”, que explique porque uma construção

é válida. A verificação (quanto à verdade de uma afirmação) e a explicação (quanto ao fato de uma afirmação ser verdadeira) são duas das funções que Villiers (2001, p.32) apresenta para a demonstração.

A demonstração não é um requisito necessário para a convicção – pelo contrário, a convicção é mais frequentemente um pré-requisito para a procura de uma demonstração [...], a convicção anterior à demonstração fornece motivação para a demonstração.

Segundo esse autor, por meio de verificações “quase-empíricas”, como a construção de triângulo em um SGD e a medição da soma dos seus ângulos internos, que resulta sempre em 180° , qualquer que seja o triângulo encontrado ao arrastar seus vértices, um alto nível de confiança na validade dessa conjectura é atingido. Diante dessa exploração com o *software*, pelo arrastar, já ficamos convencidos de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° (MARRADES; GUTIÉRREZ, 2000). O que falta é uma explicação satisfatória da razão pela qual essa afirmação é verdadeira. Esse pode ser um dos papéis da demonstração²².

Quando aborda questões da prova com o uso do computador, Hanna (2000) aponta três condições (necessárias, mas não suficientes) para a aceitação da “prova visual”: confiabilidade (de que os meios subjacentes de chegar à prova são de confiança), consistência (garantia de que os meios e o fim da prova são consistentes com outros fatos e provas conhecidos) e “repetibilidade”²³ (convicção de que a prova pode ser confirmada ou demonstrada por outras pessoas). Para essa autora, os SGD podem ser usados para aumentar o papel dos processos heurísticos, de exploração e visualização na sala de aula.

No contexto da formação de professores, Garnica (1995, 1996a, 1996b) observa que, focando a sala de aula,

[...] uma prova deve explicar, convencer, permitir o reconhecimento do fazer em Matemática, enriquecer nossa intuição, conquistar e permitir que sejam conquistados novos objetos e, final e sinteticamente, ampliar os horizontes de compreensão dos conceitos e práticas matemáticos (GARNICA, 1995, p.29).

Com essa perspectiva, o curso *Geometria com Geometricks* procurou explorar aspectos da argumentação matemática com vistas a entender as

²² Outras funções são tratadas por Villiers (2001) e Hanna (2000), como a descoberta (de novos resultados), a sistematização, a comunicação e o desafio intelectual.

²³ Em inglês, o termo usado por Hanna (2000) é “repeatability”. Como não encontrei uma palavra adequada para a tradução, uso “repetibilidade”.

construções desenvolvidas e as propriedades a elas associadas. Maiores detalhes sobre a estrutura desse curso, bem como a concepção metodológica que direcionou essa pesquisa são apresentados no capítulo que se segue.

CAPÍTULO V

FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA

*Não se descobre novas terras sem consentir
em perder a praia de vista por um tempo*
André Gide

Neste capítulo apresento, inicialmente, a abordagem metodológica que embasou esta pesquisa. Em seqüência, descrevo o caminho percorrido para a estruturação do curso *Geometria com Geometricks*, fonte de dados, bem como os procedimentos metodológicos para sua coleta e análise.

Detalho, ainda, aspectos relevantes desse curso, como os recursos utilizados, as atividades propostas e os participantes envolvidos. Teço, por fim, algumas considerações acerca dessa experiência com olhar da teoria sobre Educação a distância (EaD) apresentada no capítulo III.

5.1 Pesquisar em Educação Matemática

Pesquisar, segundo Bicudo (1993, p.18), "quer dizer ter uma interrogação e andar em torno dela em todos os sentidos, sempre buscando as suas dimensões e andar outra vez e outra ainda, buscando mais sentido, mais dimensões e outra

vez...". Segundo essa autora, é ético que o pesquisador persiga uma pergunta de modo rigoroso, sistemático, assumindo uma atitude de respeito e de compromisso com o objeto/sujeito pesquisado, e é importante, ainda, que a interrogação faça sentido para o pesquisador e seja elaborada no contexto onde ela foi formulada. E vale salientar que "um pesquisador nunca está só, já é sempre com o outro, com as pesquisas já elaboradas, com o contexto social onde está a região de inquérito onde o significado é tecido e onde a generalização se esboça" (p.19).

Nessa direção, D'Ambrósio (1996, p.12) discorre sobre a pesquisa qualitativa, a qual considera como uma

[...] pesquisa focalizada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural. O referencial teórico, que resulta de uma filosofia do pesquisador, é intrínseco ao processo. Naturalmente a interação pesquisador-pesquisado é fundamental.

Em Educação Matemática, as pesquisas procuram enfocar os núcleos de preocupações com a compreensão matemática, com o fazer matemática, com "as interpretações elaboradas sobre os significados sociais, culturais e históricos da Matemática. Deve ser mencionado que também é preocupação da Educação Matemática a ação político-pedagógica" (BICUDO, 1993, p. 19).

Analisar a natureza da aprendizagem matemática em um curso *online* de formação continuada de professores é o principal objetivo deste estudo. Nesse contexto, optei pela abordagem qualitativa de pesquisa, pois, ao acompanhar um curso a distância, meu interesse central esteve focado em seu processo, e não em seus resultados e produtos, o que contempla uma das características centrais da pesquisa qualitativa, para Bogdan e Biklen (1994), Denzin e Lincoln (2000) e Vidich e Lyman (2000). E, como enfatiza Goldenberg (1999, p.14), "na pesquisa qualitativa a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória, etc.". Ademais, quando a pesquisa envolve o humano como instrumento, Lincoln e Guba (2000) sugerem que a abordagem qualitativa é a mais adequada.

Em consonância, Alves-Mazzotti (2001, p.131) afirma que "a principal característica das pesquisas qualitativas é o fato de que estas seguem uma tradição 'compreensiva' ou interpretativa". Nessa abordagem, o pesquisador não coleta

“dados ou provas com o objetivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente; ao invés disso, as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.50). Assim sendo, salientam que a preocupação central não é a generalização dos resultados, e sim a crença que outros contextos e sujeitos a eles podem ser generalizados. Assumo o conceito de “dados” na perspectiva de Alves-Mazzotti (1999, p.132):

A natureza predominante dos dados qualitativos [são]: descrições detalhadas de situações, eventos, pessoas, interações e comportamentos observados; citações literais do que as pessoas falam sobre suas experiências, atitudes, crenças e pensamentos; trechos ou íntegras de documentos, correspondências, atas ou relatórios de casos.

Goldenberg (1999, p.53) acrescenta que esses dados não são padronizáveis, “obrigando o pesquisador a ter flexibilidade e criatividade no momento de coletá-los e analisá-los. Não existindo regras preciosas e passos a serem seguidos, o bom resultado da pesquisa depende da sensibilidade, intuição e experiência do pesquisador”.

E a validação dos dados é uma preocupação de diversos autores, como Alves-Mazzotti (2001), André (1995), Denzin e Lincoln (2000), Goldenberg (1999) e Ludke e André (1986). Eles sugerem que alguns procedimentos sejam tomados no sentido de maximizar a fidedignidade dos dados. Entre eles a utilização de diferentes métodos de coleta de dados; a reprodução cuidadosa de um relato completo de todos os eventos observados e do contexto da pesquisa; a diversidade de participantes e/ou grupos; a escolha de diferentes momentos e situações para análise.

Ainda nessa perspectiva, segundo Martinelli (1999), é importante ir além da apresentação dos fatos, ultrapassar a apresentação do cenário de um determinado problema, o qual optamos por investigar. Sugere, para isso, que se priorize questões mais específicas, que têm foco determinado e não muito amplo.

E, refletindo ainda sobre considerações dessa autora, observo que é certo que cada pesquisa é única, pois cada sujeito é singular e “conhecê-lo significa ouvi-lo, permitir-lhe que se revele. E onde o sujeito se revela? No discurso e na ação” (MARTINELLI, 1999, p.22). Assim, uma pesquisa que segue uma abordagem qualitativa procura criar um ambiente de aproximação entre os participantes e o

pesquisador. E como estive interessada em acompanhar a aprendizagem matemática em um curso *online*, pude compor intencionalmente o grupo com o qual a pesquisa se realizaria: professores de Matemática (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Depois de compor, então, o grupo envolvido na pesquisa, participei da elaboração do curso, das discussões matemáticas realizadas nos encontros síncronos, por *chat* ou videoconferência, e nos momentos assíncronos, por *e-mail* e no fórum.

Alves-Mazzotti (2001) e Bogdan e Biklen (1994) nos fazem refletir, também, sobre o fato de que em pesquisas qualitativas o pesquisador é o principal instrumento de investigação. Nessas pesquisas, de acordo com Lincoln e Guba (2000), o pesquisador faz mais que observar a história, ele é parte dela. Assumo, portanto, o ponto de vista de que o pesquisador não é um componente neutro de uma pesquisa e, como nota Martinelli (1999, p.25),

[...] não podemos pensar que chegamos a uma pesquisa como um 'saco vazio'. Não! temos vida, temos história, temos emoção! [...] e quanto mais emoção colocarmos em nossas pesquisas, mais vida elas terão. Não podemos pensar que, para mantermos a objetividade, devemos ocultar a emoção. O sujeito não pode ser oculto, nem o pesquisador, nem o pesquisado, ambos são saturados de história, são plenos de possibilidades.

No entanto, Goldenberg (1999) alerta que o pesquisador tem que tomar cuidado para que seus preconceitos e crenças não contaminem a investigação. É preciso ter consciência de como sua presença afeta o grupo e até que ponto se pode minimizar essa interferência, ou mesmo, analisá-la como dado da pesquisa. Dessa forma, se torna fundamental que se explicita os seus passos, visando evitar o *bias*, de modo a prevenir a interferência dele nas conclusões. Nesse sentido, a autora sugere que "o pesquisador deve buscar [...] a objetivação: o esforço controlado de conter a subjetividade. [...] Quanto mais o pesquisador tem consciência de suas preferências pessoais mais é capaz de evitar o *bias*" (p.45, grifo da autora).

Nesse sentido, Bogdan e Biklen (1994) nos orientam a estudar objetivamente as questões subjetivas inerentes à pesquisa. E, para tanto, alertam que é importante a seleção de métodos que "limitem" substancialmente o viés do envolvimento do pesquisador, apesar deste nunca ser totalmente "eliminado". Consideram relevante, ainda, que o pesquisador procure reconhecer, ter ciência desse enviesamento, na busca de aprender a lidar com ele. Uma sugestão, segundo esses autores, é trabalhar em grupo, compartilhando as notas de campo e os dados para análise e

crítica dos colegas, como uma forma de proteção a esse enviesamento. Essa é uma prática constante no GPIMEM²⁴, e os resultados consoam com a opinião dos autores. Nesse grupo acontecem reuniões semanais que propiciam aos seus membros o compartilhamento de suas pesquisas, além do recebimento de contribuições dos colegas, e a apresentação de sugestões do seu encaminhamento, no sentido de limitar o viés da pesquisa.

5.2 A origem da pesquisa

Esta pesquisa partiu da vontade de se criar um ambiente que discutisse Matemática à distância. Narrarei brevemente o caminho percorrido, as tentativas e fracassos, e a pergunta diretriz inicial que ajudaram a concretizar, enfim, um curso de Geometria, oferecido a professores de Matemática.

Ao pensar inicialmente esta pesquisa, o objetivo principal era analisar discussões matemáticas, a partir da seguinte pergunta norteadora: como acontecem as discussões matemáticas em um ambiente virtual? Esse ambiente, a princípio, seria uma rede que envolveria professores e futuros professores (alunos de graduação) de Matemática. Estavam muito claras as razões pelas quais não queria desenvolver um curso a distância para, então, analisar as discussões matemáticas. No meu ponto de vista, a rede manteria envolvidas pessoas que realmente gostariam de discutir problemas de Geometria, pois a participação seria espontânea e não haveria compromisso formal. Já com o curso, corria-se o risco de envolver pessoas que, por motivos diversos, tivessem interesse maior no certificado ou fossem pressionadas a participar, por exemplo.

Além disso, não era meu objetivo inicial propor um conteúdo programático, determinar quais conteúdos seriam discutidos pelos participantes, o que seria necessário caso fosse criado um curso. Queria um ambiente aberto para que participantes pudessem trazer problemas que vivenciaram em suas salas de aula,

²⁴ Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática.

dúvidas matemáticas que possuíam, ou qualquer problema de Geometria que julgassem interessante discutir.

Também não desejava me preocupar com limitações de tempo. Não pretendia centrar atenção em datas, iniciais e finais, como acontece com os cursos. Esta seria uma rede que não se poderia programar o fim. Ela duraria enquanto houvesse interesse dos participantes, como discute a literatura apresentada no capítulo III deste trabalho. Seria necessário, no entanto, em um certo momento, fechar a análise para a pesquisa, pois esta, sim, tem prazo. Mas outras pesquisas poderiam continuar a acontecer a partir desse mesmo ambiente, por exemplo.

A partir dessas perspectivas estabelecidas, comecei a convidar professores e futuros professores que quisessem participar. Não demorou muito e dezesseis pessoas estavam inscritas. Seria, então, o início da coleta de dados. No entanto, não foi assim que aconteceu. As participações eram mínimas. O relatório disponibilizado pela plataforma mostrava que algumas pessoas nem acessaram o ambiente. Outros nada escreveram. A discussão não se expandia.

Descrevo aqui essa experiência porque penso ser importante narrar não apenas os momentos positivos da pesquisa, mas, também, as dificuldades. Como orientam Alves-Mazzotti (2001) e Goldenberg (1999), as observações, as impressões, os obstáculos, os (des)caminhos e os *insights* que levaram a decisões no decorrer da pesquisa devem ser descritos no trabalho. Ademais, é possível vislumbrar um aspecto positivo nesse fato, se olhado do ponto de vista do aprendizado, do crescimento, do amadurecimento da pesquisa, em contrapartida, claro, ao ponto negativo que foi a perda de um semestre centrando atenção nessa atividade que não prosperou, visto que o tempo para a realização da pesquisa é curto.

Não vou me alongar tentando explicar porque a discussão na rede não se efetivou, uma vez que tenho apenas hipóteses, que não foram devidamente exploradas. Apesar de ter explicitado aos participantes a minha intenção em utilizar a rede como ambiente de coleta de dados para uma pesquisa, e ter obtido deles a concordância de se manterem na rede nessas condições, o que pude perceber foi que nesse tipo de proposta o comprometimento com o tempo é muito difícil. Ao contrário do curso, em que sabemos que tanto professor quanto alunos têm suas

“obrigações”, em uma rede ninguém é obrigado a nada. Não há mecanismos que garantam a participação das pessoas e é natural que seja assim.

Depois de esperar alguns meses na expectativa de reverter este quadro, decidimos²⁵ que era hora de pensar em outro caminho para a coleta de dados. Essa reestruturação da pesquisa é característica do que Lincoln e Guba (1985) chamaram de *design* emergente, o qual Araújo e Borba (2004) traduzem como sendo o plano e as estratégias que vão sendo (re)construídos à medida que a pesquisa se desenvolve. Não havia determinado antecipadamente uma estrutura rígida de pesquisa, e os procedimentos passaram a ser repensados.

Como percebemos que o envolvimento sem mecanismos de controle não resultou em participações ativas, optei pela análise de um curso. Seria importante, então, que fosse um curso aberto, que contemplasse parte das perspectivas que buscávamos no desenvolvimento da rede. Tivemos que abrir mão de questões como a existência de temas de estudo previamente estabelecidos e limitação do tempo, com datas para início e término, pois todo curso tem essa característica. Mas contemplamos outras perspectivas, como a de atender demandas dos professores, que podiam nos trazer suas dúvidas, questionamentos, problemas de sala de aula; e o fato de contar com pessoas de diversas localidades do país, o que justificou a realização de um curso totalmente *online*.

Com essa reestruturação da pesquisa a pergunta diretriz também foi revista. E como Araújo e Borba (2004, p.27) ressaltam, é possível que se pense que o

[...] caminho percorrido até o estabelecimento da pergunta tenha sido cheio de enganos, não merecendo ser divulgado, e não [se] perceba que a pergunta é a síntese desse caminho, ou seja, que todo processo de construção da pergunta faz parte da própria pergunta.

E como esses autores sugerem, a pergunta pode ser modificada na medida em que o foco da pesquisa é transformado. Nessa reestruturação, percebemos que, por acompanhar um curso com encontros síncronos, os quais podemos considerar como aulas, poderia ampliar a questão inicial, não centrando na discussão matemática que ocorre em ambiente virtuais, mas na natureza da aprendizagem matemática que se deu a partir dessa discussão.

²⁵ Ao definir os caminhos e (des)caminhos da pesquisa, tive orientação da Profa. Dra. Miriam Penteado, portanto uso, nesse caso, primeira pessoa do plural para expressar nossas percepções e escolhas.

Em resposta à demanda de formação continuada, que oportunizasse a reflexão sobre questões como informática educativa, e familiarizasse os professores de Matemática com um *software* de Geometria, o Geotricks, um curso foi oferecido para os professores da Fundação Bradesco, o qual fui convidada a participar, da elaboração ao desenvolvimento, atuando como professora, em parceria com o Prof. Dr. Marcelo Borba. Esse curso se tornou cenário para a realização desta e de outras pesquisas.

5.3 Procedimentos

Martinelli (1999, p.25) nos chama a atenção que “nenhuma metodologia se aplica por si só, pois ela é sempre relacional e depende de procedimentos”. No entanto, é sabido que o método é sempre uma relação entre o pesquisador e os participantes e, assim sendo, ninguém pode escolher por nós, pesquisadores, o ‘melhor método’, pois “se é relação, pressupõe que nos identifiquemos com suas características peculiares, alcance e possibilidades” (p.26). Além disso, como afirma Goldenberg (1999, p.13), “nenhuma pesquisa é totalmente controlável, com início, meio e fim previsíveis. A pesquisa é um processo em que é impossível prever todas as etapas”.

E detalhar os procedimentos inclui indicar e justificar “as etapas de desenvolvimento da pesquisa, a descrição do contexto, o processo de seleção dos participantes, os procedimentos e o instrumental de coleta e análise dos dados, e os recursos utilizados para maximizar a confiabilidade dos resultados” (ALVES-MAZZOTTI, 2001, p.159). A escolha das práticas interpretativas e dos procedimentos se constitui no processo de pesquisa, não sendo necessariamente definidas previamente, pois dependem da pergunta diretriz que, por sua vez, também pode se (re)construir durante o processo (DENZIN; LINCOLN, 2000). Segundo Goldenberg (1999, p.62),

[...] é o processo da pesquisa que qualifica as técnicas e os procedimentos necessários para as respostas que se quer alcançar. Cada pesquisador deve estabelecer os procedimentos de coleta de dados que sejam mais adequados para o seu objeto particular.

A utilização de múltiplos procedimentos favorece a confiabilidade da pesquisa. E a análise a partir dessa multiplicidade de procedimentos de coleta de dados é denominada de triangulação, e pode facilitar a compreensão do fenômeno pesquisado. A triangulação reflete uma tentativa de assegurar uma compreensão profunda do fenômeno estudado. Ela "não é uma ferramenta ou estratégia DE validação, mas uma alternativa PARA a validação" (LINCOLN; GUBA, 2000, p.5, grifo meu).

Essa combinação de métodos tem por objetivo abranger a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto estudado (GOLDENBERG, 1999). Tem sido, ainda, "considerada como um processo de usar múltiplas percepções para esclarecer significados, verificar a repetibilidade de uma observação ou interpretação, [...] identificando maneiras diferentes que o fenômeno está sendo visto" (STAKE, 2000, p.443). Fontana e Frey (2000, p.668) acrescentam:

Está crescendo o número de pesquisadores que usam abordagens multimetodológicas para alcançar mais amplo e profundo resultado. Essa abordagem multimetodológica, referida como triangulação, possibilita ao pesquisador diferentes métodos em diferentes combinações.

Além disso, a triangulação pode "aumentar a credibilidade de uma pesquisa que adota a abordagem qualitativa, [credibilidade essa] entendida como a plausibilidade, para os sujeitos envolvidos, dos resultados e interpretações feitas pelo pesquisador" (ARAÚJO; BORBA, 2004, p.35).

Com essa preocupação, busquei utilizar, nesta pesquisa, diferentes fontes de coleta de dados. O curso possibilitou o uso de recursos como o *chat*, *e-mail*, fórum e videoconferência. Todos eles foram disponibilizados pelo ambiente do curso, de responsabilidade da Fundação Bradesco. Isso permitiu a coleta de uma variedade de dados, os quais foram organizados de forma a selecionar momentos, frases, atividades que estavam diretamente relacionados com a pergunta diretriz dessa pesquisa, como sugerem Barros e Lehfeld (1990), Bogdan e Biklen (1994) e Fine et al. (2000).

O *chat*, por exemplo, tem uma linguagem escrita e o registro é automático, pois o que é escrito fica arquivado. Da mesma forma os *e-mails* e a comunicação pelo fórum. Já a videoconferência tem o registro de áudio e imagem. Sua comunicação acontece em um outro tipo de linguagem, propiciando, então, dados de

natureza diferente. De todo modo, grande parte do áudio das videoconferências foi por mim transcrito. Somando-se a isso, as atividades desenvolvidas e enviadas pelos alunos-professores²⁶, que além da resposta escrita, vinham acompanhadas de arquivos do Geometricks²⁷. Todos esses materiais compõem os dados desta pesquisa e foram analisados conjuntamente, na expectativa de amenizar o possível viés da pesquisa.

Destaco que pelo fato do curso ter se desenvolvido totalmente à distância, seus dados foram gerados por meio digital. Os registros eram automáticos e a recuperação poderia acontecer instantaneamente. Isso propicia maior fidedignidade, uma vez que os dados podem ser freqüentemente retomados, de qualquer lugar, a qualquer momento. Também os alunos-professores, poderiam retomar as discussões do *chat* e/ou da videoconferência quando desejassem²⁸.

Dessa forma, a análise se deu a partir de várias ferramentas *online*. E para desenvolvê-la, se fez necessário uma delimitação progressiva do foco de estudo, bem como reformulações de questões analíticas e aprofundamento teórico, como é natural em pesquisas de abordagem qualitativa. Com o intuito de situar a pesquisa entre as já existentes, apontando semelhanças e diferenças, os dados foram constantemente confrontados com a literatura pertinente. Para a análise final foi realizada a construção de um conjunto de temas descritivos, com suporte do referencial teórico, estabelecendo uma primeira classificação dos dados, determinando a necessidade (ou não) de se criar novas categorias conceituais, que foram interpretadas à luz da literatura e com a intuição e sensibilidade do pesquisador, como orienta Barros e Lehfeld (1990).

Vale ressaltar que a pesquisa foi se modificando com o seu desenvolvimento. Inicialmente apenas a primeira versão do curso seria fonte de coleta de dados, com

²⁶ Como os alunos deste curso são professores da rede de escolas da Fundação Bradesco, quando uso "alunos-professores" referimo-me aos alunos do curso. Como os professores do curso éramos eu e o prof. Marcelo Borba, escrevo na primeira pessoa do plural quando me refiro às nossas idéias e ações conjuntas.

²⁷ Como será melhor explicitado ainda neste capítulo, o curso disponibilizava algumas atividades para os alunos-professores, que deveriam desenvolvê-las e retorná-las aos professores. Como elas envolviam construções com o Geometricks, era usual que fossem enviados dois arquivos: um escrito, com respostas às perguntas e outro com as construções realizadas no *software*.

²⁸ O texto gerado pelo *chat* e a gravação da videoconferência ficavam disponíveis no *site* da Fundação Bradesco. Se um aluno-professor perdesse um dos encontros, ou mesmo se quisesse retomar alguma discussão, isso poderia ser feito com acesso direto no *site*.

vistas a concluir essa pesquisa em um prazo de três anos. No entanto, ao final dessa primeira edição, pudemos vislumbrar ricas possibilidades com um recurso do *software* até então desconhecido e decidimos que valeria a pena estender a análise às edições seguintes, ainda que demandasse mais tempo para a conclusão do trabalho.

Com os registros das três edições em mãos, iniciei o processo de triangular os dados. Li a discussão de todos os *chats* e assisti as videoconferências diversas vezes. Permeando esses momentos, revia as respostas dos alunos-professores, enviadas por *e-mail*, para melhor entender a solução que apresentavam nos encontros síncronos. Alguns pontos se destacaram no decorrer das discussões matemáticas, os quais considerei ter relação direta com a natureza da aprendizagem nesse ambiente. Assim, compus os três eixos de análise, com vistas a salientar aspectos relevantes da aprendizagem matemática nessa experiência de EaD.

5.4 O curso

Nesta seção apresento a estrutura do curso *Geometria com Geometricricks*, cenário de onde foram coletados os dados desta pesquisa, detalhando sua organização, desde a negociação inicial para que o curso se efetivasse, seus objetivos, os participantes e a natureza das atividades desenvolvidas. Trarei, ainda, algumas das idéias apresentadas na caracterização do cenário da EaD, presentes no capítulo III, discutindo-as com olhar voltado para o curso.

5.4.1 O ponto de partida

Como mencionado anteriormente, o Prof. Dr. Marcelo Borba manteve contato com a Fundação Bradesco, tendo sugerido um curso de Geometria com vistas ao desenvolvimento profissional de seus professores. Como essa instituição adquiriu o *software* Geometricricks, havia uma demanda por um curso que contemplasse também

a familiarização dos professores com essa mídia. Uma vez aceito pela Fundação Bradesco, e acertadas as tratativas, o curso foi denominado *Geometria com Geometricks*. E, em acordo com aquela Fundação, esse curso seria objeto de estudo em pesquisas realizadas por membros do GPIMEM, dentre elas, a presente investigação.

A Fundação Bradesco tem uma estrutura organizacional que considero relevante apresentar. É constituída de 44 escolas, sendo pelo menos uma em cada estado brasileiro. Em todas elas há laboratórios de informática com estrutura para atender as classes que têm, em média, 50 alunos. Os laboratórios de informática contam com aproximadamente 25 máquinas, para os alunos trabalharem em dupla.

Seu objetivo é atender alunos de nível econômico menos favorecido, situando-se em regiões com moradores de baixa renda. Em duas cidades, as escolas ficam em lugares tão afastados que funcionam no modelo de internato. Tanto alunos como professores ficam na escola durante toda a semana, em período integral, pois não há transporte hábil para voltarem para casa. Alguns desses professores participaram do curso.

Nosso objetivo geral era, então, familiarizar os professores da Fundação Bradesco com o *software* Geometricks, para que este pudesse ser incorporado nas aulas de Matemática. Alguns objetivos específicos, por sua vez, se faziam presentes por trás dessa proposta.

Um deles é a formação matemática. O curso era uma oportunidade para os professores da Fundação revisitarem conceitos matemáticos. Era um espaço para o estudo de Geometria, a partir da exploração de propriedades e construções geométricas.

Além disso, as atividades foram elaboradas com base nos livros didáticos adotados pela Fundação Bradesco (IMENES; LELLIS, 1997; SMOLE; DINIZ, 2003). Nossa expectativa era que os alunos-professores pudessem perceber possíveis relações entre os exercícios neles propostos e os recursos do Geometricks, de modo a vislumbrar caminhos para a utilização desse *software* no desenvolvimento do conteúdo matemático apresentado. Com essa perspectiva, incentivamos, ainda, a elaboração de novas atividades pelos alunos-professores, uma vez que preparar material para o desenvolvimento de aulas com o computador é um processo

importante para efetiva incorporação da tecnologia informática na aula de Matemática.

Questões pedagógicas sobre o uso da informática em aulas de Matemática também foram abordadas. Para incorporar uma tecnologia informática na prática docente é preciso que o professor reflita, discuta sobre aspectos positivos e sobre as dificuldades desse processo, de modo que se sinta seguro e preparado a enfrentar possíveis desafios.

O desenvolvimento profissional dos professores da Fundação Bradesco era, portanto, reconhecido como relevante desde a elaboração do curso. Suas experiências eram valorizadas e procuramos preparar e desenvolver o curso de modo que essas experiências pudessem ser compartilhadas.

E para que o curso se efetivasse, era preciso que os professores tivessem um dia da semana em que pudessem participar de encontros síncronos por duas horas. Encontrar esse dia e horário foi o primeiro, e complicado, passo. A pessoa responsável pela área de EaD, do setor de projetos da Fundação Bradesco, iniciou os contatos com as escolas, divulgando o curso, perguntando quem tinha interesse em participar e qual a preferência de horário.

Houve casos em que os professores disponibilizaram horários como: das 0:00 à 1:00, 18:47 às 19:39. Acredito que estes horários surgiram em função do modelo de curso à distância que a Fundação costumava oferecer. Usualmente não havia encontros síncronos obrigatórios, possibilitando que o professor organizasse seu horário e desenvolvesse as atividades de acordo com seu tempo disponível, visto que grande parte deles trabalha não apenas nas escolas da Fundação, mas em outras escolas também, tendo uma alta carga horária de trabalho, como grande parte dos professores em geral. Depois de esclarecido que seriam realizados encontros síncronos, foi possível encontrar um horário comum: sábado pela manhã²⁹.

²⁹ Na primeira edição do curso houve maior dificuldade de estabelecer um horário para os encontros síncronos. Dessa forma, um horário alternativo ficou estabelecido para aqueles que não poderiam participar aos sábados: a terça à noite. Essa turma era composta por apenas oito alunos-professores e nem sempre o prof. Marcelo participava. Por analisar a natureza da aprendizagem matemática, e não especificidades de cada edição do curso, estou considerando que as turmas de terça e sábado, desse semestre, compõem a primeira edição do curso.

Uma primeira edição do curso aconteceu no segundo semestre de 2004. Ao longo desse período foram agendados oito encontros, tentando respeitar um intervalo de pelo menos duas semanas entre eles, para que os alunos-professores tivessem tempo hábil para desenvolver as atividades propostas. O curso limitava o número de participantes em 25, para que fosse possível contemplar aspectos considerados fundamentais, como o diálogo, o compartilhamento de idéias, etc. A procura foi grande, e para contemplar todos os professores da Fundação interessados, por mais dois semestres este curso foi novamente oferecido. Assim, no primeiro semestre de 2005 se desenvolveu a segunda edição do curso e, no semestre seguinte desse mesmo ano, uma terceira. Para a análise, tomo como foco a natureza da aprendizagem matemática no contexto desse curso, considerando, então, suas três edições.

No total, foram envolvidas 31 escolas, sendo 76 o total de alunos-professores³⁰. Houve incentivo para que mais deles se inscrevessem de uma mesma unidade, pois isso facilitaria as discussões e o desenvolvimento conjunto das atividades no período assíncrono do curso. O Anexo A apresenta a origem dos alunos-professores de cada edição do curso.

Assim sendo, em algumas escolas os alunos-professores trabalharam em grupo, presencialmente nos momentos assíncronos, e, por vezes, nos síncronos, se reunindo em um único computador para, por *chat* ou videoconferência, compartilhar suas idéias e questionamentos.

5.4.2 Os recursos

Os recursos tecnológicos utilizados foram variados. A estrutura da Fundação Bradesco disponibiliza um ambiente na Internet em que os alunos-professores podem acessar as denominadas "telas" do curso³¹. Essas telas foram preparadas por

³⁰ Saliento que do total de 76 alunos-professores, apenas 7 desistiram. Os demais participaram ativamente e obtiveram aprovação. É um número baixo de evasão, mas não temos condições de afirmar o que o justifica. Certamente o apoio institucional é um aspecto a ser considerado positivamente.

³¹ Em www.escolavirtual.org.br.

nós, professores, e tinham a função de apresentar o curso aos alunos, bem como disponibilizar as atividades a serem desenvolvidas. Como exemplo, uma tela:

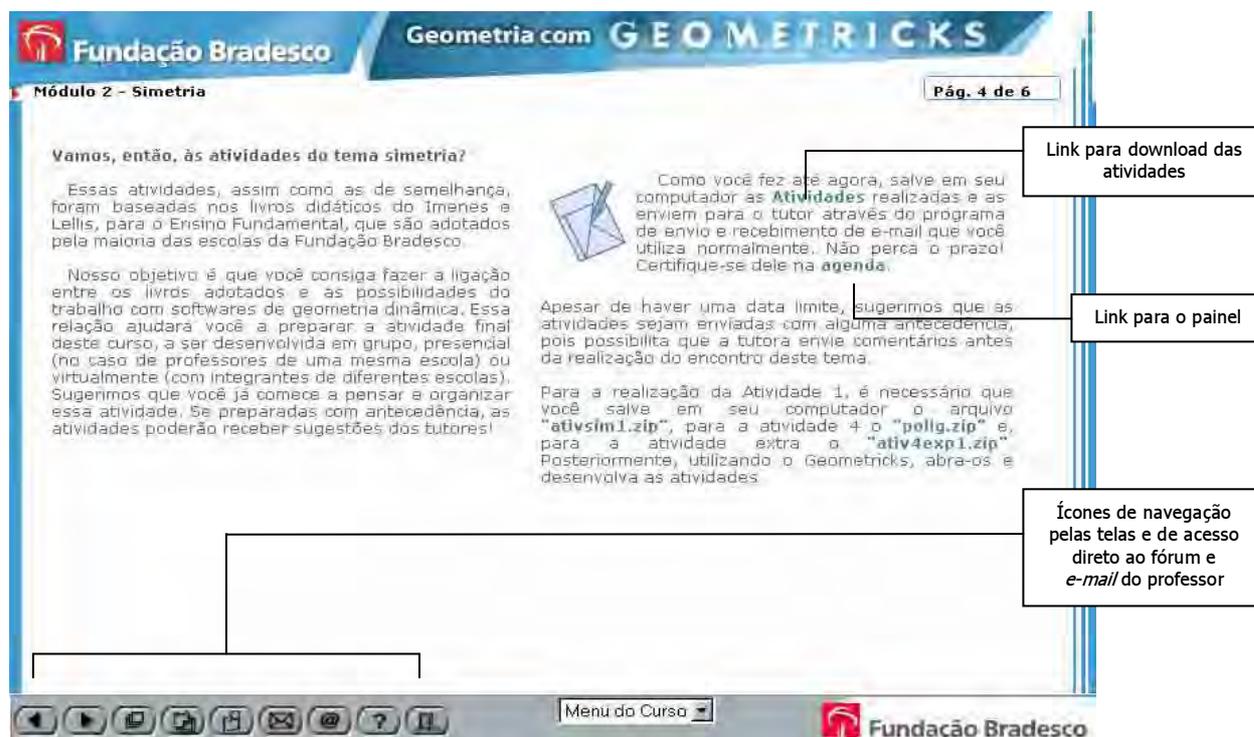


Figura 5.1

Ao acessar esse ambiente, o aluno-professor não apenas poderia fazer a leitura das telas como usufruir dos demais recursos. Na parte inferior é possível visualizar alguns ícones. Dois deles tinham a função de adiantar e retroceder. Um outro apresentava o índice remissivo, para que se pudesse ir direto a uma determinada página. Havia também um ícone para a comunicação por fórum e um para o envio de *e-mail* aos professores direto desse ambiente. Dessa forma, os alunos-professores poderiam estar em constante contato conosco e com os colegas.

Em um link desse *site* havia um espaço, chamado *painel*, em que estava a *agenda* do curso (com datas importantes) e ainda constava de outros recursos os quais não foram muito utilizados: "artigos" (onde se poderia anexar artigos para *download*); "quadro de avisos"; "atividades" (para disponibilizar atividades no decorrer do curso); "FAQ"; "e-mail"; "fotos"; e "memorial".

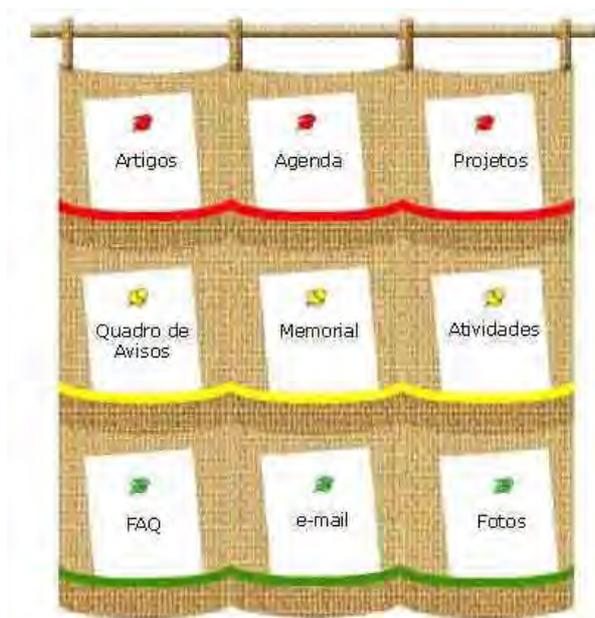


Figura 5.2

Além desse ambiente, de acesso restrito por senha, era possível utilizar um ambiente da Fundação para a realização de videoconferência. Bastava acessar uma página específica³², dispor de login e senha, e todos tinham acesso a esse recurso, pela plataforma Centra One, em qualquer ponto do país. E nós, professores, poderíamos acessar o *site* e coordenar o encontro em qualquer computador de conexão rápida³³.

Esse ambiente dispunha de recursos que possibilitavam a comunicação síncrona entre professores e alunos-professores. Havia dois grupos: "apresentadores" e "participantes". No grupo de apresentadores, além de um técnico da Fundação Bradesco (na unidade de Osasco/SP), que dava suporte dessa natureza e ficava responsável pela gravação da videoconferência, estávamos eu e um técnico do GPIMEM (em Rio Claro/SP). No grupo de "participantes" ficavam os alunos-professores e, por questões técnicas, o Prof. Marcelo³⁴. O som ficava sob o comando dos apresentadores, mas era acessível a todos. Nesse caso, como acontece em videoconferências, todas as pessoas conectadas ao ambiente ouviam a pessoa que estivesse falando.

³² Em www.conferencia.org.br

³³ A conexão discada tornaria o acesso muito lento e interrompido.

³⁴ Como o "participante" tem acesso a um número menor de recursos da plataforma, sua conexão fica menos pesada e a probabilidade de queda é menor. Então, para fazermos uso dos recursos sem correr muito risco de perder a conexão, um de nós ficava como "apresentador" e outro como "participante".

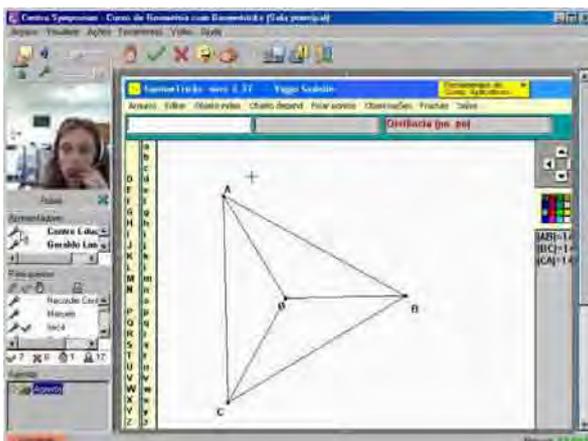


Figura 5.3

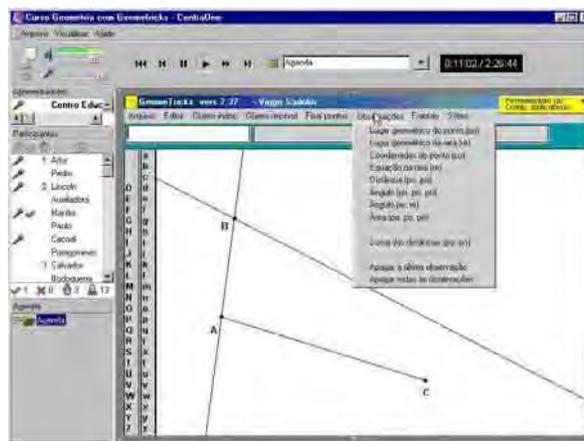


Figura 5.4

Observo que, embora a plataforma utilizada para a videoconferência permitisse o compartilhamento de imagem dos participantes³⁵ (figura 5.3), devido às limitações técnicas de conexão da Internet (havia pessoas conectadas em lugares distantes, cuja conexão ficaria lenta e, possivelmente, interrompida se a imagem fosse disponibilizada, pois tornaria o *site* “pesado”), preferimos não manter a imagem das pessoas e a tela do Geometricks simultaneamente. As imagens pessoais foram disponibilizadas no momento da apresentação e, na maior parte do tempo, restringimos apenas ao som e a tela do *software* (figura 5.4), onde eram realizadas as construções geométricas.

A tela do computador do laboratório do GPIMEM que eu utilizava era compartilhada e isso permitia que todos pudessem ver o que era aberto na máquina. Poderia ser um arquivo do Word, do Power Point, ou qualquer outro do nosso interesse. O que usamos com maior frequência foi o Geometricks. Como mencionei acima, dessa forma era possível manusear o *software*, fazer construções geométricas, sendo tudo acompanhado pelos alunos-professores.

Uma alternativa rica foi descoberta ao final da primeira edição do curso³⁶ e usada com maior intensidade nas edições seguintes: era possível permitir que qualquer participante controlasse o mouse da minha máquina. Ou seja, eu abria o Geometricks e permitia que outra pessoa fizesse a construção, como se a tela que estava compartilhada fosse a do seu computador. Por estar com o controle do

³⁵ Imagem capturada por uma *webcam*, que poderia ser nossa ou dos alunos-professores.

³⁶ A Fundação Bradesco nos ensinou como usar o ambiente de videoconferência, mas nem mesmo os técnicos dessa instituição conheciam todos os recursos disponíveis. Possivelmente não foi sentida a necessidade de um recurso dessa natureza pelas pessoas que o utilizavam, então não foi explorada essa possibilidade do ambiente.

mouse, que associamos a uma caneta, em Zulatto e Borba (2006) denominamos essa possibilidade de “passar a caneta”. Isso possibilitava uma participação mais ativa dos alunos-professores, que poderiam realizar no Geometricks as construções que elaboraram quando do desenvolvimento das atividades.

Ressalto, nesse contexto, a parceria que desenvolvi com o Prof. Marcelo. Enquanto “apresentadora”, ficava comigo o domínio da “caneta” quando nós apresentávamos uma solução à atividade em discussão. Simultaneamente o Prof. Marcelo seguia narrando a construção, fazendo apontamentos, levantando questionamentos, fazendo brincadeiras que mantinham o clima da aula agradável, buscando a participação dos mais calados. Quem participava do curso sentia, nesse momento, uma “presença” maior do prof. Marcelo, por ouvi-lo na maior parte do tempo, já que poucas vezes me expressei oralmente. No entanto, atuei, com ele, durante todo o desenvolvimento dos encontros síncronos.

E essa parceria demandava muita sintonia entre nós dois. Era preciso ter atenção para entender suas solicitações, explicitadas pela sua fala “ao vivo”, enquanto eu realizava as construções no Geometricks. Ele, por sua vez, também precisava adequar sua fala quando eu realizava algumas construções “inesperadas”. Destaco, nesse processo, o importante papel da preparação das aulas, pois era o momento para afinarmos nossas idéias, planejarmos os caminhos a serem traçados, os recursos utilizados para desenvolver as soluções, etc.

Já no período assíncrono, os alunos-professores mantinham maior contato comigo. Eu os acompanhava no decorrer da semana, por *e-mail*, esclarecendo dúvidas (muitas vezes em menos de 24 horas), recebendo as atividades por eles desenvolvidas e, depois de cada encontro, comentando as soluções. Quando necessário, o Prof. Marcelo se envolvia nesse processo. Nesses momentos minha “presença” era mais perceptível.

5.4.3 As atividades

Assim como Ponte et al. (1998), entendo que as propostas investigativas são aquelas de cunho aberto, que dão “ênfase a processos matemáticos como procurar

regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, refletir e generalizar” (p.15) e que se caracterizam pelo “estímulo que fornecem ao aluno para este justificar e provar as suas afirmações, explicitando matematicamente as suas argumentações perante seus colegas e o professor” (p.16).

Para que uma atividade seja efetivamente investigativa, esses autores salientam que é necessário que ela seja motivadora e desafiadora, não sendo imediatamente acessível sua solução ou seu processo de resolução.

Numa investigação, parte-se de uma situação que é preciso compreender ou de um conjunto de dados que é preciso organizar e interpretar. A partir daí, formulam-se questões, para as quais se procura fazer conjecturas. O teste destas conjecturas e a recolha de mais dados podem levar à formulação de novas conjecturas ou à confirmação das conjecturas iniciais. E neste processo podem surgir também novas questões a investigar (PONTE et al., 1998, p.16).

As atividades do curso *Geometria com Geometricks* foram planejadas de modo a levar os alunos-professores a explorar conceitos e justificativas matemáticas, assim como possibilitar a familiarização com os menus do Geometricks. Elas foram divididas em quatro temas: “familiarização com o *software*”, “semelhança”, “simetria” e “geometria analítica”.

Em cada um deles os alunos-professores tiveram acesso a um conjunto de atividades a serem desenvolvidas com o auxílio do *software*. A maioria delas foi preparada tendo como base os livros adotados pela Fundação Bradesco (IMENES; LELLIS, 1997; SMOLE; DINIZ, 2003). Dessa forma, acreditávamos que estaríamos oportunizando que os alunos-professores vivenciassem o conteúdo da sala de aula com o uso do Geometricks.

As atividades foram preparadas de forma que os alunos-professores já pudessem utilizá-la em suas aulas, com pequenas adaptações, se necessário. E, para incentivar a elaboração de atividades dessa natureza, a última tarefa a ser desenvolvida por eles era a elaboração de novas atividades, que também estariam aptas a serem utilizadas em suas salas de aula, com o Geometricks. Dessa forma, teriam um ambiente de discussão, onde críticas e sugestões estariam surgindo entre os colegas de curso.

Antes de cada encontro síncrono, que era relacionado a algum dos temas, os alunos-professores deveriam enviar o conjunto de atividades desenvolvidas, assim

como o(s) arquivo(s) das construções realizadas no Geometricks. Dessa forma, era possível prepará-lo, pois poderíamos observar onde estavam acontecendo as dificuldades, as dúvidas e os erros em cada tema. Também os alunos-professores estariam se preparando para o encontro, pois já haveriam pensado sobre as atividades e já saberiam onde estavam tendo mais dúvidas.

Como não havia tempo hábil para discutir todas as atividades nos encontros síncronos e julgávamos importante oferecer um *feedback* de todas elas, posteriormente eu enviava, a cada aluno-professor, comentários das atividades que haviam desenvolvido, mencionando não apenas os eventuais erros, mas apresentando outras possibilidades de construções, e fazendo novos questionamentos a partir das respostas que nos haviam enviado, com o intuito de incentivar ainda mais a exploração das mesmas, ampliando também o diálogo.

Essas atividades constituíam parte dos requisitos para aprovação no curso. Além delas, era considerada a participação nos encontros síncronos e, para tanto, era incentivado que todos tentassem expor suas idéias, suas soluções aos problemas propostos, suas questões às leituras realizadas, etc. Dessa forma, nas três edições do curso, os encontros foram assim divididos:

	Tema do encontro	O que era explorado
Encontro 1	Aula inaugural	Apresentação dos recursos do Geometricks, a partir de atividades matemáticas
Encontro 2	Familiarização com o <i>software</i>	Foram as primeiras atividades desenvolvidas pelos alunos-professores. Abordavam conceitos matemáticos comumente presentes na sala de aula, como a soma dos ângulos internos e externos de um triângulo, para que os alunos-professores pudessem centrar esforços na familiarização inicial com os recursos do <i>software</i>
Encontro 3	Semelhança	Atividades que abordavam o tema "semelhança"
Encontro 4	Leitura	Foi proposta a leitura de duas referências. Uma delas tratava do uso de tecnologia informática na sala de aula de Matemática e a outra focava questões de geometria dinâmica
Encontro 5	Simetria	Atividades que abordavam o tema "simetria"
Encontro 6	Geometria Analítica	Atividades que abordavam o tema "Geometria Analítica"
Encontro 7	Atividade dos alunos-professores	Foram discutidas as atividades elaboradas pelos alunos-professores. Cada um deles deveria ler e apontar sugestões a pelo menos duas atividades dos colegas, para enriquecer a discussão e propiciar seu aperfeiçoamento
Encontro 8	Fechamento	Momento de retomar questões que ficaram em aberto e de realizar uma avaliação final do curso

Algumas das particularidades do curso serão agora discutidas considerando aspectos da EaD, descritos no capítulo III.

5.4.4 Características da EaD e o curso *Geometria com Geometricks*

O curso *Geometria com Geometricks* foi uma experiência que, notadamente, fez parte da terceira geração de EaD. Por não ter encontros presenciais, se caracterizou por um curso de *Educação a distância*, e, pelo uso da tecnologia informática para a comunicação, via *chat*, videoconferência, *e-mail*, etc., foi uma experiência de EaD *online*, que envolveu pessoas de diferentes localidades do país, rompendo as barreiras geográficas.

À exceção do período de desenvolvimento das atividades, que transcorria em horários de preferência individual/grupal, o curso foi caracterizado por encontros síncronos. Esse pode ser considerado o seu diferencial. Embora não possibilitasse grande flexibilidade de tempo, essa opção oportunizava o contato direto entre os participantes, ajudando a quebrar o distanciamento entre eles, aproximando-os para trocar idéias, expor dúvidas, discutir problemas e explorar as atividades propostas. Era um canal importante de comunicação entre todos os envolvidos.

Dessa forma, acredito que a crítica maior à EaD, que é a possível falta de envolvimento, foi superada. Apesar da videoconferência não ter se utilizado da câmera constantemente, o “olho no olho” foi substituído pelas conversas e pelas trocas de *e-mails*, que nos permitiram conhecer os participantes.

É importante ainda pontuar que para o curso acontecer dessa forma foi preciso contar com bons recursos tecnológicos e rápida conexão. Os recursos possibilitaram o diálogo, escrito e oral, e o envolvimento entre as pessoas. A Fundação Bradesco disponibilizou um ambiente em que a comunicação entre os professores e os alunos-professores era facilitada. Havia na tela um ícone que conectava o aluno diretamente ao *e-mail*, fórum e acesso ao material. E a videoconferência, apesar dos problemas técnicos enfrentados, possibilitou um contato ainda mais próximo entre os participantes.

Os problemas técnicos, no entanto, sempre ocorrem. O importante, nesse aspecto, é ressaltar que pudemos contar com apoio técnico especializado. Apesar de a Fundação Bradesco ter se proposto a apoiar os alunos-professores, os técnicos não estavam com eles em todos os encontros síncronos na primeira edição. No decorrer da semana os técnicos estavam à disposição, mas algumas vezes era imprescindível que eles estivessem presentes no encontro síncrono, para ajudar a superar os problemas que surgiam.

Esse foi um aprendizado importante, e nas edições seguintes cada escola participante contava com um técnico dando suporte também no sábado. Por outro lado, questiono essa necessidade: sempre teremos que ter um técnico conosco para realizarmos um curso à distância? Sabemos que essa demanda implica um alto custo. E se não for assim, quanto temos que dominar dos recursos tecnológicos para conseguir acompanhá-lo?

Considero relevante ponderar que estamos vivenciando uma fase de transição. Usar as TIC no desenvolvimento de cursos à distância é uma prática relativamente recente. Quando o telefone começou a ser utilizado, era preciso a ajuda da telefonista para fazer uma ligação. Tanto do ponto de vista técnico, como de familiarização pessoal, essa fase foi superada. Creio que, com o tempo, estaremos mais familiarizados com os recursos informáticos e as plataformas ficarão mais acessíveis, o que diminuirá a demanda por um apoio técnico especializado com tamanha intensidade.

Ainda assim, é certo que investir na tecnologia e no apoio técnico é uma decisão relacionada à proposta do curso. O curso *Geometria com Geometricks* focava o processo de produção do conhecimento. Dessa forma, foi indiscutível a necessidade de apoio técnico e é importante questionar a viabilidade desse apoio de forma efetiva em cursos de formação em massa. Será que a popularização da EaD possibilita esse apoio? Será que há espaço para a produção do conhecimento, para o compartilhamento de informação e experiência entre os participantes? Ou somente para a disponibilização de informação, no modelo *broadcast* apresentado por Valente (2003b)?

O curso ainda teve uma participação ativa dos alunos-professores. Procurávamos, na condição de professores, abrir espaço para que eles expusessem

suas construções geométricas, dúvidas e dificuldades. E incentivávamos que alguém sugerisse soluções para os problemas, não focalizando em nós as informações, visto que julgávamos que é nesse processo de troca que ocorre a produção do conhecimento.

Nesse sentido, destaco nossa atuação como docentes. A postura adotada foi baseada na visão de conhecimento comum a ambos. O fato de sermos dois atuando como professores era um privilégio, pois permitia que “policiássemos” nossa conduta, avisando um ao outro quando não agíamos em consonância com os objetivos. Dessa forma, como sugere a literatura, tornamo-nos orientadores, incentivadores, animadores, etc., permitindo que os alunos-professores explorassem o conteúdo de forma colaborativa, numa comunicação de vários sentidos, e não apenas unidirecional: professor-aluno. Professorar, dessa forma, foi certamente um desafio, pelas características dessa experiência de EaD *online*.

Alguns outros pontos merecem uma reflexão cuidadosa. O primeiro deles é o trabalho em grupo. Foi proposto que as atividades fossem elaboradas em conjunto. Grande parte dos alunos-professores reuniu-se com colegas de sua escola, também integrantes do curso, para desenvolver o trabalho. No entanto, havia algumas unidades escolares em que somente um aluno-professor participava do curso, não tendo como se reunir presencialmente. Com nosso incentivo, esperávamos que estes, por necessidade, se organizassem em grupos virtuais para elaborar as atividades.

Conjecturamos que isso não aconteceu. Na primeira edição três alunos-professores até se contataram e trocaram idéias, mas optaram por elaborar atividades individuais, como, de resto, ocorreu no desenvolvimento das demais. Reuniram as três e enviaram como se tivessem sido preparadas coletivamente, mas foi possível perceber que haviam sido agrupadas apenas para o envio, para contemplar a exigência do trabalho em grupo. Parece que, nesse caso, mesmo com as ferramentas disponíveis, o trabalho não foi realizado em grupo. Elas permitiam o contato síncrono e assíncrono entre os alunos-professores, que poderiam se comunicar, trocar atividades e informações através de *e-mail*, fórum e *chat*, que tinha uma sala sempre aberta, sem necessidade de agendamento para a interação.

Talvez esse fato revele uma dificuldade, ou não familiaridade, em trabalhar em grupo virtualmente.

O último ponto que gostaria de discutir refere-se à administração do tempo. Organizá-lo foi uma tarefa complexa sob dois aspectos: síncrono e assíncrono. Preparar e acompanhar um curso como esse (tempo assíncrono) superou nossas expectativas. Foi necessário muito tempo de dedicação. Da mesma forma, pelos comentários dos alunos-professores, eles tiveram que dispor de bastante tempo para aprender a manusear o *software* e desenvolver as atividades.

Determinar a quantidade de atividades para cada encontro foi um aprendizado importante. Percebemos que em alguns momentos erramos, excedendo na quantidade, e constatamos isso ao ouvir dos alunos-professores que não foi possível terminar todas as atividades porque estas eram muitas, ou que foram feitas mas demandaram muito tempo.

Além disso, o tempo do encontro síncrono possibilitou o desenvolvimento de apenas uma parcela das atividades propostas. Às vezes era possível perceber que a discussão de uma mesma atividade se estenderia por muito tempo e ficávamos na dúvida: avançamos nessa discussão, abrindo mão de discutir outras atividades do conjunto proposto, ou deixamos algumas das questões levantadas para reflexão e passamos às seguintes? Procuramos equilibrar e mesclar nossas decisões, e sabemos que essas questões não são exclusivas da EaD, mas estão presentes também nela e, portanto, merecem reflexão.

CAPÍTULO VI

UM RETRATO DAS DISCUSSÕES MATEMÁTICAS

Não se pode observar diretamente os processos de aprendizagem, mas, sim, a investigação tal qual se manifesta na fala dos aprendizes
Helle Alrø e Ole Skovsmose

Neste capítulo descrevo algumas atividades desenvolvidas durante o curso *Geometria com Geometricks*. Com o objetivo de analisar a natureza da aprendizagem matemática, foram escolhidas aquelas com maior riqueza nas discussões matemáticas.

6.1 Atividade 1

Na primeira edição do curso, quando o *chat* fora amplamente utilizado para os encontros síncronos, foi proposta uma atividade sobre ângulos de um triângulo, no encontro de “familiarização com o *software*”, descrita a seguir:

ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS DE UM TRIÂNGULO

1. Construa um triângulo e nomeie os vértices de A, B e C
2. Construa as semi-retas AB, BC, CA
3. Meça cada um dos ângulos internos deste triângulo
Obs.: Para medir os ângulos internos, entre no menu *Observações* e escolha a opção *Ângulo (po, po, po)* ou *Ângulo (re, re)*
4. Calcule, com auxílio da calculadora, a soma das medidas dos ângulos internos
5. O que você observou?
6. Movimente o triângulo. O que acontece com a soma das medidas dos ângulos internos?
7. Meça os ângulos externos deste triângulo
Obs.: Para medir os ângulos externos, entre no menu *Observações* e escolha a opção *Ângulo (po, po, po)* ou *Ângulo (re, re)*
8. Calcule, com auxílio da calculadora, a soma das medidas dos ângulos externos
9. O que você observou?
10. Movimente os vértices do triângulo. O que acontece com a soma das medidas dos ângulos externos?
11. Como você justifica o que encontrou?

Leandro contou como fez a construção do triângulo e como encontrou as medidas dos ângulos:

Leandro: *primeiro utilizei os pontos na grade, para ter maior controle das respostas, depois segui as questões propostas. Para a medida dos ângulos internos fiz como vocês disseram que o programa faz, mas depois de algumas tentativas.*

Como as atividades nos eram enviadas antes dos encontros síncronos, percebemos que as respostas de Leandro estavam erradas e queríamos explorar os conceitos em questão. Marcelo observou:

Marcelo: *Leandro, eu acho que há algum problema com a sua solução. Confira de novo, se ao marcar ângulo externo, você estava indo no sentido anti-horário e que estava sempre medindo o ângulo externo e não interno!*

Pessoal, alguém poderia dizer a definição de ângulo externo de um polígono (no caso o triângulo)?

Essas observações foram feitas tendo em vista que Leandro estava encontrando o ângulo externo de 270° . Isso em razão dele ter construído um triângulo retângulo e estar considerando como ângulo externo o ângulo ilustrado na figura 6.1.1:

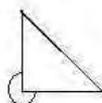


Figura 6.1.1

Para impulsionar os alunos-professores a colaborarem com Leandro, de forma que pudesse perceber seu erro, Marcelo perguntou se alguém poderia dizer

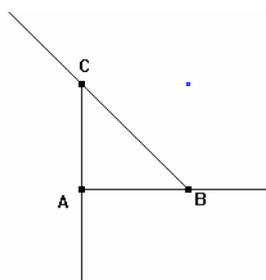
qual a definição de ângulo externo de um polígono, nesse caso, um triângulo. Lincoln deu uma resposta e Marcelo a complementou:

Lincoln: *definição: ângulo externo: pelo prolongamento de um dos lados do polígono e o lado seguinte.*

Marcelo: *ótimo Lincoln, ou de outra forma é o suplemento do ângulo interno do triângulo. Ou intuitivamente, é a volta que fazemos se tivéssemos andando sobre um dos lados do triângulo. Leandro, pense sobre isso!*

Esclareço que o Geomotricks não encontra a medida de 270° . Esse valor, entre outros errôneos, Leandro encontrou, como explica em sua resolução (enviada por *e-mail*):

7- Meça os ângulos externos desse triângulo.



Ângulo externo ao $\angle A$ $90+90+90$
 Ângulo externo ao $\angle B$ $135+45+135$
 Ângulo externo ao $\angle C$ $135+45+135$

8- Calcule, com auxílio da calculadora, a soma das medidas dos ângulos externos.

$$\angle A \quad 90+90+90=270^\circ$$

$$\angle B \quad 135+45+135 = 315^\circ$$

$$\angle C \quad 135+45+135 = 315^\circ$$

9- O que você observou?

Que o ângulo externo é 360 menos a medida do ângulo interno, e que a soma das medidas dos ângulos externos sempre será 900° , ou seja, $1080-180$.

Esse exemplo mostra a importância de acompanhar os alunos-professores no período assíncrono do curso. Durante a discussão do *chat* dificilmente teríamos percebido o erro de Leandro, de modo a intervir e explorar os conceitos matemáticos e os recursos do *software* envolvidos na atividade.

6.2 Atividade 2

Uma outra atividade do encontro de "familiarização com o *software*", versou sobre as bissetrizes de um paralelogramo:

EXPLORANDO BISSETRIZES DE UM PARALELOGRAMO

1. Construa um paralelogramo ABCD
2. Trace as bissetrizes dos ângulos internos deste paralelogramo
3. As quatro bissetrizes formam um quadrilátero EFGH
4. O que você pode dizer sobre o quadrilátero EFGH?
5. O que acontece quando você arrasta os pontos A, B, C ou D?
6. Que condições são necessárias para que o quadrilátero EFGH seja um quadrado?
7. Que quadrilátero você obtém, quando traça as bissetrizes do quadrilátero EFGH? Justifique sua resposta.
8. O que acontece no caso de ABCD ser um quadrado? Por que?

Após a leitura da atividade e a construção dos itens um a três, os alunos-professores foram questionados sobre o quadrilátero EFGH (questão quatro).

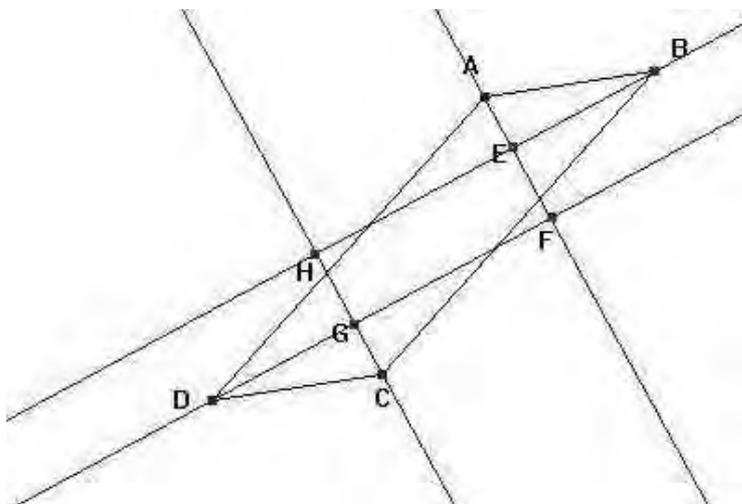


Figura 6.2.1

Elaine afirmou que EFGH é um paralelogramo. Em seguida Artur supôs que fosse um retângulo. Marcelo interveio:

Marcelo: *O que vocês acham agora? É uma segunda resposta: um retângulo. São respostas contraditórias ou não?*

(tempo) *Nós estamos debatendo agora sobre EFGH, sobre o que que pode ser esta figura, para um paralelogramo qualquer ABCD, e não um caso particular do paralelogramo ABCD. E houve oficialmente duas respostas: uma que EFGH é um paralelogramo ou que EFGH é um retângulo.*

(tempo) *O que vocês acham sobre as respostas, EFGH é um retângulo ou um paralelogramo?*

Artur continuava afirmando ser um retângulo. Neuza também era dessa opinião. Marcelo tentou fazer perguntas que suscitassem a reflexão e a busca por justificativas, aproveitando as sugestões dos alunos-professores:

Marcelo: *Todo retângulo é um paralelogramo? Essa é a pergunta que eu gostaria de fazer?*

Pedro: *Professor, acho que a gente tinha que descobrir os ângulos, né?! Se realmente são ângulos de 90° .*

Marcelo: *E qual a sua sugestão, Pedro, para que nós confirmemos os ângulos? Você diz fazendo a medida utilizando o comando no menu observações, Pedro?*

Pedro: *usando o comando do software, né?! do Geometricks.*

Marcelo: *ok. Então inicialmente vamos fazer o que o Pedro está propondo para analisar a questão sobre retângulo versus paralelogramo, tá ok?!... Estamos agora fazendo [...], de fato deu 90° , estamos aqui agora arrastando a figura e mantém 90° . Bom, e agora, o que que vocês acham então?*

Lincoln: *O que nós observamos é que realmente deu 90° os quatro ângulos, né?!*

Marcelo: *Certo, por outro lado eu quero questionar este método que nós estamos utilizando. Será que é possível dizer que precisamente tem 90° ? Nós sabemos, como já foi dito, mesmo na aula de hoje, que há problemas com aproximações. Será que não poderia estar ali 89° e 58 minutos, ou algo do tipo?! Um ângulo, e outro com 90° e 2 minutos?*

(tempo) *Vocês entenderam a pergunta que eu fiz?*

A discussão começou a tomar novo rumo e estávamos perdendo a questão inicial, de ordem conceitual, que foi retomada. Ficou esclarecido que, como está presente na maior parte dos livros, o retângulo é um caso particular do paralelogramo. A discussão voltou ao novo foco e, antes de justificar sobre EFGH, Pedro encontrou uma nova hipótese:

Uma coisa que nós observamos também é que quando você traça as bissetrizes do retângulo, no centro do retângulo você vai ter um quadrado.

Marcelo apontou que essa era a questão sete e que nós iríamos abordá-la, mas antes questionou ainda sobre EFGH:

Marcelo: *O problema é que além da medida dos ângulos feita pelo Geometricks, se nós podemos por uma demonstração, introduzir para um aluno da sétima, oitava, alguém que a gente fazendo essa construção de bissetrizes assim, por exemplo, no quadro negro, ou mesmo aqui com o Geometricks, de que nós vamos ter ali dentro um retângulo. Alguém conseguiu fazer isso? Ou, se alguém não conseguiu fazer isso nós vamos abrir um fórum para tentar, vamos estar colocando esta questão no fórum, sobre uma demonstração, eu e a Rúbia vamos estar dando o primeiro passo, uma dica, caso ninguém apresente o início da demonstração, ou quem sabe até a demonstração inteira, até segunda feira, ok?!*

Além de justificar que EFGH é um retângulo, procuramos argumentos que permitissem comprovar que KLMN é um quadrado, como foi sugerido por Pedro.

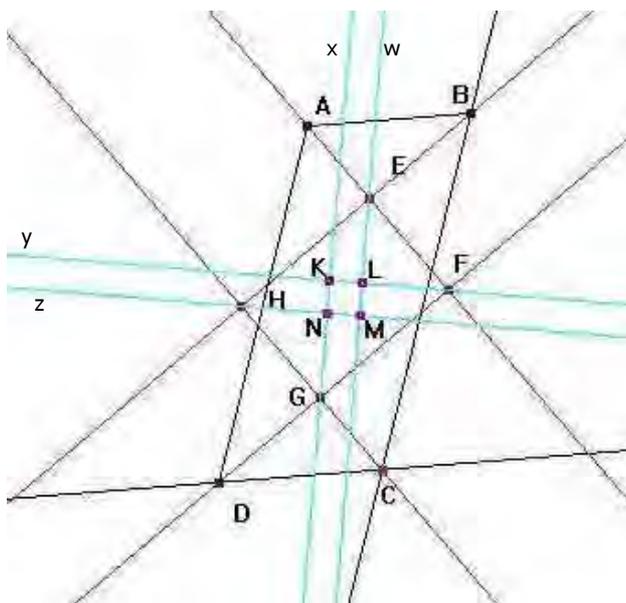


Figura 6.2.2

Os alunos-professores participaram ativamente:

Artur: Nós já havíamos falado que também é um quadrado e justificamos da seguinte forma: que o quadrilátero é um retângulo e no retângulo as diagonais são congruentes.

Marcelo: Mas como você conclui isso Artur? Porque nós falamos em bissetrizes e não em diagonais...

Artur: Num retângulo as diagonais não vão coincidir com as bissetrizes?

Marcelo: Apenas no quadrado, certo?! É só olhar a figura que está na tela (figura 6.2.2)

Observo que nem sempre era fácil acompanhar os raciocínios que iam surgindo, já que o diálogo acontecia em tempo real:

Lincoln: Professor, uma coisa que a gente pode observar, se você pegar a bissetriz que passa pelo vértice E, a intersecção dela com o lado seguinte do nosso retângulo, forma aí, se a gente puder medir o lado EF e o F ir até o ponto de intersecção e descobriremos que tem dois lados iguais, então a gente pode ver que a intersecção vai determinar um lado de um quadrado, lados iguais consecutivamente, se você pudesse marcar a intersecção na bissetriz que passa no vértice E interceptando o lado FG, a gente pode ver que parece formar um quadrado EF e F à intersecção. O ângulo, e como é a bissetriz, se o ângulo é 90° , temos 45° . E podemos ver também que o triângulo ELF é um triângulo isósceles, por ter os lados iguais? Se a gente puder estar provando aí essa relação entre essas figuras até chegar o ângulo do quadrado ou como se diz, quadrado, estamos tentando provar a tese se é um quadrado ou não.

Marcelo: Olha, a idéia acrescentada pelo Lincoln é muito interessante, analisando o triângulo ELF é um triângulo que vai ter os seus ângulos internos, o ângulo E vai medir 45° , visto que é a bissetriz do retângulo. O ângulo interno desse triângulo que dois lados azuis e um vermelho, o ângulo F vai ter também 45° e, portanto, o ângulo L tem 90° . Então esse é um triângulo isósceles. E então como que nós fazemos então para concluir esse raciocínio de que KLMN é um quadrado?

Lincoln deu seqüência ao problema, envolvido, sem esperar dos colegas ou dos professores a continuidade:

Lincoln: Procedo então o que foi comentado, mesmo assim, chegando à conclusão que K, L e M são ângulos retos ainda podemos afirmar que é um quadrado? Porque falta agora medir essas distâncias né?! KL, LM, MN e NK, distância iguais, ou seja, os lados mantendo, os lados congruentes, mesmo valor, podemos então chegar à conclusão de que seria então um quadrado, ou não procedo o que a gente está, o que estou afirmando?

O desafio, nesse momento, era encontrar uma justificativa para medidas iguais dos lados de $KLMN$. Maria Divina iniciou, e o debate se seguiu até que foi preciso fechá-lo por falta de tempo:

Divina: *Eu estava observando a bissetriz E que passa a uma mesma distância da bissetriz G e se você observar a bissetriz F passa também a uma mesma distância da bissetriz H . Se você observar bem, esse quadrado do centro está claro que tem a mesma distância, os lados desse quadrado. Se as quatro paralelas, as perpendiculares, podemos observar essa questão aí do paralelismo e perpendicularismo. Dá para realmente saber que a distância é a mesma. Estou certa ou não professor?*

Marcelo: *Maria, eu acho que ainda está faltando um argumento, já está claro que os ângulos são 90° , portanto as retas azuis são paralelas duas a duas, ou seja, y é paralela a z , tá ok?! $E\chi$ é paralela a w . Mas como que daí eu concluo que KL , eu posso concluir que KL é, então, paralelo a MN , mas como que daí eu vou... Como os ângulos são iguais eu posso dizer que KL é congruente com MN , mas como dizer que KL é congruente com KN ? Essa que é a pergunta que falta resolver. Resolvida essa, se KL for congruente a KN , fazemos um raciocínio semelhante para dizer que KL é congruente a LM , aliás nem precisa, porque já que são paralelos já está resolvido o assunto. Alguém tem uma sugestão?*

Pedro: *A idéia seria pensar assim, se nós temos o triângulo aí, o triângulo ELF , colocando o segmento EL e temos um segmento um pouquinho maior na mesma linha EM . A subtração desses segmentos $EM - LE$, dá o segmento do quadrado, quer dizer, que é a tese que a gente está tentando provar que é o quadrado. Da mesma forma, a gente pega o ponto H , onde está a bissetriz desse vértice, mede a distância HM , HN , subtrai essa duas distâncias, como eu sei que os segmentos NH e LE são praticamente congruentes, têm o mesmo valor, então eu posso concluir que MN e LM têm a mesma medida, podemos chegar à conclusão que realmente é um quadrado, procede?*

Marcelo: *Prezado Pedro, essa é uma das dificuldades talvez de fazer Geometria à distância, mas não me pareceu, se é que eu pude, se é que eu pude acompanhar os passos, eu não acho que houve uma conclusão ainda sobre isso (tempo). Espera aí que a Rúbia quer fazer uma pergunta.*

Rúbia: *Lincoln, para eu entender então o que você está comentando, se isso que você falou for válido, está resolvido, porque aí LM vai ser igual a MN . Agora a minha dúvida é, como que você está garantindo que EM é exatamente igual a HN e aí, então, porque que você falou que HN é igual a EL , ok?! (tempo)*

Marcelo: *Pessoal, nós estamos com o tempo terminando e está, esta questão fica aqui em aberto aqui agora, está sendo colocada no fórum também. É claro que medir os ângulos da maneira como foi proposto nós íamos ver, e medindo os segmentos, nós íamos ver que era um quadrado. A questão então que está em aberto é ainda provar que aquele $KLMN$ é um quadrado, estamos quase chegando lá! Mas não tem problema e essa demonstração pode ser omitida de um aluno às vezes da quinta a oitava série, ele apenas ia experienciar que é um quadrado, mas talvez já haja espaço para fazer isso no ensino médio, tá ok?!*

Pedro: *Fazendo mais uma colocação a respeito da sua pergunta, traçando as diagonais desse quadrado, elas vão se encontrar no centro do quadrado, então eu acho que é mais uma possibilidade de nós garantirmos que isso seja um quadrado.*

Essa atividade foi uma das poucas que se estenderam para uma interação coletiva além dos encontros síncronos. Durante a semana o contato era mais direto entre eu e os alunos-professores, individualmente, que me escreviam com dúvidas e/ou enviando suas soluções, por exemplo. Mas essa atividade abriu espaço para discussão no fórum, onde antes mesmo de nós colocarmos alguma dica inicial, como fôra combinado, já foi postada uma demonstração (anexo B). Outra ainda foi enviada por *e-mail*.

6.3 Atividade 3

Numa atividade de “semelhança”, era proposto que após construir um quadrilátero com medidas de ângulo fixas, fosse construída uma figura semelhante:

EXPLORAÇÃO INICIAL

1) Construa um quadrilátero ABCD com as seguintes medidas de ângulos:

$$\hat{A} = 100^\circ ; \hat{B} = 70^\circ ; \hat{C} = 80^\circ ; \hat{D} = 110^\circ$$

2) Construa uma figura semelhante à primeira

Poucos alunos conseguiram encontrar uma solução que resistisse ao teste do arrastar. Essa atividade gerou bastante discussão em todas as edições do curso. Ela foi baseada em uma atividade do livro adotado pela Fundação Bradesco (IMENES; LELLIS, 1997) e a solução que apresentamos seguia o mesmo raciocínio desta referência.

Para tanto, após construir o quadrilátero ABCD, traçamos quatro retas que passavam por um ponto P e por cada um dos vértices do quadrilátero (figura 6.3.1). Fixamos o ponto F em PA. Por F construímos uma paralela ao lado AD. Essa paralela interceptava PD no ponto J. Por J traçamos uma paralela ao lado CD. Essa corta a reta que passa por PC em H, e assim sucessivamente, até obtermos os vértices que formam o quadrilátero FGHI (figura 6.3.2). Esse era o objetivo da nossa construção; no entanto, na primeira edição, quando arrastamos a figura, era possível notar que não havia semelhança entre as figuras. Algum passo havia sido feito erroneamente e não percebemos de prontidão qual fora (figura 6.3.3).

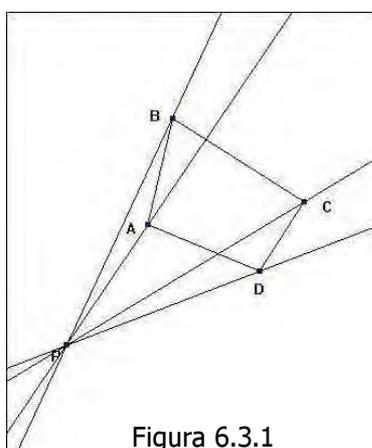


Figura 6.3.1

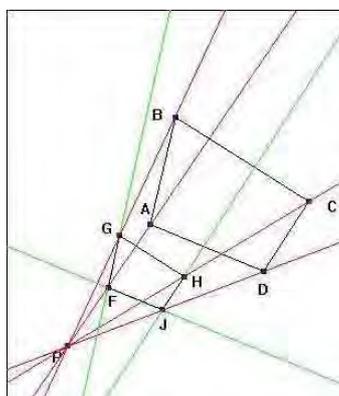


Figura 6.3.2

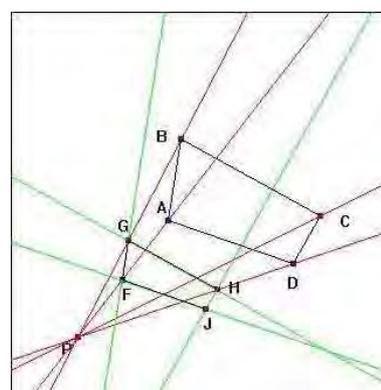


Figura 6.3.3

Fred se manifestou:

Fred: *Eu creio que o ponto J esteja fixado numa das retas vermelhas que passam pelo ponto O, que agora não tem como eu verificar qual reta, o ponto J está fora da reta vermelha, então ele está fora da perspectiva porque o ponto F, G e o ponto H estão corretos, mas o ponto J não. Eu acho que ele foi construído fora de uma das retas.*

Marcelo: *Foi exatamente isso colega, e você, de Bodoquena, pegou aqui... está de super parabéns. Note o seguinte, na hora que nós tiramos aquele mar de retas ficou evidente isso e você viu na nossa frente que houve um pequeno erro nessa construção. Teríamos que ter feito a outra interseção. Correto? Ficou claro aqui o engano que nós cometemos no final... Então pedimos desculpas por essa questão aqui, mas o colega de Bodoquena já resolveu e todos podem tentar fazer agora e enviar para a gente.*

Depois de realizarmos a construção, na segunda edição do curso, pedimos que os alunos-professores tentassem justificar porque esse procedimento satisfaz as condições de semelhança entre as figuras. A resposta inicial veio de Eliana:

Eliana: *Oi, bom dia, aqui é a Eliana, eu tenho uma dúvida, se a semelhança tem a ver com ponto de fuga...*

Marcelo: *Olha, essa é uma maneira de se pensar... Eu diria que o ponto de fuga pensa em construções como essa para estar organizando os seus objetos, quando lidamos com esse conceito. Então essa é uma boa idéia. Agora de qualquer jeito, quando nós pensamos o ponto de fuga, dessa forma, se pensarmos o ponto P como sendo o ponto de fuga, por que que o quadrilátero EFGH é semelhante à ABCD? Pelas observações e pelas contas feitas aqui na calculadora nós estamos com esse indício que é, e eu diria a vocês que é. Como seria uma demonstração para provarmos que esses ângulos são congruentes e que os lados são proporcionais e guardam a mesma razão de proporção? Palavra aberta.*

Ricardo conseguiu verificar que as figuras eram semelhantes usando recursos próprios dos *softwares* de geometria dinâmica - o arrastar - mas isso ainda não justificava a semelhança:

Ricardo: *Se nós movimentarmos o quadrilátero ABCD conseguiremos colocar um em cima do outro, ficando aparentemente uma só figura, daí a gente comprova até que eles são semelhantes.*

Marcelo: *Prezado colega, essa é mais uma evidência, eu diria assim, em termos do software, mas nós temos que debater com vocês e essa é uma boa oportunidade para debater com os nossos alunos também, de que às vezes um argumento também interessante seria a demonstração. Esse argumento do software é, digamos assim, um argumento empírico, nós estamos vendo a idéia do colega... Agora como fazer uma demonstração com essas evidências e com essa construção de que essas figuras são de fato semelhantes?*

Os alunos-professores continuavam na busca das justificativas:

Márcia: *Nós acreditamos que seja a razão de proporcionalidade que existe entre as figuras.*

Marcelo: *Perfeito colega, há de fato uma razão de proporcionalidade, mas isso não justifica, esse é o fato. O problema seria uma justificativa para essa proporcionalidade. Por que que eles são proporcionais quando fazemos essa construção, como a que foi feita e apresentada para vocês. Palavra aberta, quem pegar o microfone primeiro fala.*

Maurício: *Não existe uma relação com o teorema de Tales aí não?*

Marcelo: *Sim! E por que você não continua com esse raciocínio dizendo o que você viu sobre o teorema de Tales na construção feita, Maurício?*

Maurício: *Na verdade, trabalhando o teorema de Tales, ele fala que paralelas cortadas por transversais formam segmentos proporcionais. E aí, se a gente medir, observar, esses segmentos, por exemplo, DF,*

segmento CG, segmento AE, nós vamos observar pelo Teorema de Tales, (fala cortada) montando os triângulos, aqui eu tô encontrando dificuldade de fazer isso... mas... (fala cortada)

Eu não tô conseguindo facilidade em montar isso, por exemplo, em sala de aula você aproxima duas paralelas... duas transversais e você vê mais claramente isso. Aqui agora eu não tô conseguindo raciocínio para montar isso, é por isso que eu gostaria de... Quer dizer, eu acho que tem uma certa relação, mas eu não estou conseguindo ver agora...

Marcelo: *Perfeito Maurício! E eu perguntaria se alguém consegue ver. O Maurício já contou mais da metade da história, tá faltando só o que ele disse, que é organizar o pensamento, e isso é difícil de fazer ao vivo mesmo. A Rúbia e eu tivemos chance durante a semana, fizemos o nosso dever de casa, e vimos aqui algumas maneiras de pensarmos sobre essa questão. Alguém conseguiria ajudar o Maurício, a partir do que ele já disse sobre o teorema de Tales e outras questões?*

A justificativa quase se completou, mas ficou faltando organizar as idéias. A fala do Maurício abriu espaço para uma observação no âmbito das mídias:

Marcelo: *O que é interessante que o Maurício colocou é um pouco da diferença das mídias. Como que é diferente você lidar com isso no quadro negro ou lidar aqui no software. E o Maurício tem toda razão com isso e é algo que a gente tem que aprender. Então depois vocês vão poder ver isso e vão poder utilizar depois as razões de semelhança, essa é uma outra dica, para estarem vendo que os segmentos são proporcionais e os ângulos congruentes...*

Percebemos, nesse caso, uma possível falha nossa. Deixamos em aberto a formalização, ou, pelo menos, a ordenação das justificativas apresentadas, na expectativa de que algum aluno-professor desse continuidade. Isso não aconteceu e não nos lembramos de retomá-la no último encontro, quando questões em aberto eram novamente discutidas, com o objetivo de serem finalizadas.

Já na terceira edição do curso, o recurso de “passar a caneta” era usado com maior frequência, e quando foi perguntado se alguém se dispunha a desenvolver essa atividade, André “pediu a caneta” e, de sua posse, deu início à construção.

Marcou dois pontos A e B e os uniu por um segmento. Construiu uma reta que passava por A, com ângulo de 100° com o segmento AB. Construiu uma segunda reta que passava por B, com ângulo de 70° com AB. Para isso, usou o comando “Ângulo (po, re, medida)”, para o qual devem ser fornecidos: o ponto em que se quer construir a reta; a reta ou segmento em que será formado o ângulo desejado; e a medida do ângulo entre as duas retas. Nesse caso, por exemplo, primeiramente foi clicado no ponto A, depois no segmento AB e em seguida digitada a medida de 100° . Como o *software* considera o ângulo sempre no sentido anti-horário, para construir a reta que passa por B, com ângulo de 70° com AB é preciso digitar a medida do seu ângulo suplementar, cujo valor é 110° (figura 6.3.4).

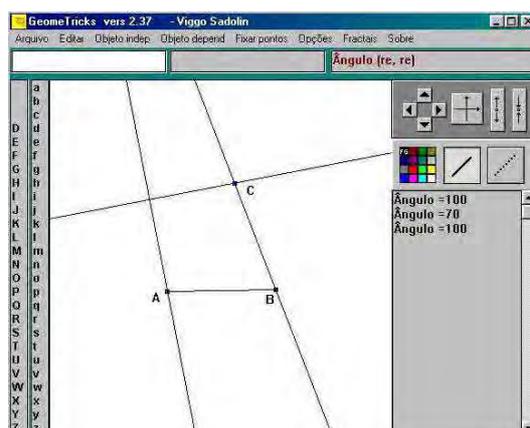


Figura 6.3.4

Quando foi fazer o mesmo no ponto C, para encontrar o ângulo $\hat{C} = 80^\circ$ em ABCD, André clicou primeiramente no ponto C e, em seguida, na reta que passa por B e C. Ao medir o ângulo, encontrou o inesperado "100°" na caixa de saída de dados. A reação de André é de surpresa:

André: *Vamos só verificar se o ângulo é de 80° . Vamos lá em 'observações', ..., 'ângulo (reta, reta)',..., no sentido anti-horário, ..., primeira reta, opa!, segunda... 100°? Acho que a gente fez alguma coisa errada... Por favor, Marcelo, socorro!*

Marcelo: *Olha, vamos fazer essa pequena parte aqui, atendendo o pedido de socorro do André aqui.. (risos). Mas tá ótimo aqui... Então nós vamos aqui... 'apagar último objeto', e vamos aqui 'objeto dependente', 'ângulo (ponto, reta, medida)'. Então... ponto, reta, e... aqui agora vamos ver o seguinte, estamos no sentido anti-horário... Então se nós pusermos aqui, a intuição nossa é de colocarmos aqui o ângulo 100 para que dê 80, vamos testar essa hipótese... Então... e saímos... porque ele está no sentido anti-horário e ele está considerando aquela reta, aquele ponto, então nós fizemos aonde o cursor está passando o ângulo de 100, o que significa que o ângulo interno vai ser de 80, foi só esse o detalhe que os colegas de São Luís esqueceram, mas isso estamos aqui maravilhados Rúbia e eu, e eu já digo isso, porque não só os colegas estão fazendo, mas a maneira que Rúbia e eu pensamos de fazer era não tão eficiente quanto essa. Então essa maneira que os colegas de São Luís estão fazendo é melhor do que aquela que Rúbia e eu pensamos e fizemos, tanto no ano passado, como agora essa semana, recaptulando, preparando essa aula.*

Essa construção foi iniciada pelo aluno, prosseguida por um momento pelo professor e, posteriormente, finalizado pelo aluno, em um processo coletivo. E como foi comentado, a solução proposta por André foi mais simples do que a que havíamos planejado desenvolver.

6.4 Atividade 4

Por terem uma proposta investigativa e serem abertas, as atividades permitiam que fossem encontradas diferentes soluções, como é possível ilustrar com uma do conjunto de “simetria”:

ENCONTRANDO AS SIMETRIAS

a) se sentir necessidade, reveja o que é uma simetria axial

b) utilizando o arquivo “ativsim1.tri”
encontre as figuras simétricas em relação aos eixos x e y dados

As figuras enviadas no arquivo “ativsim1” foram:

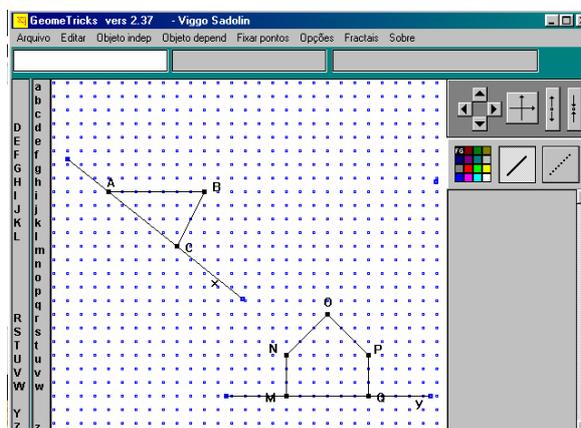


figura 6.4.1

Na primeira edição do curso, ao descrever sua solução referente à figura MNOPQ, Kátia apontou quais seriam as coordenadas dos pontos simétricos à M, N, O, P e Q. Sugeriu que esses pontos fossem marcados. Sua solução se baseava na imagem visual da figura, tendo como pontos simétricos R, S e T, igualmente distantes a P, O e N, respectivamente (figura 6.4.2). Posteriormente requisitou a construção dos segmentos que unissem esses pontos (figura 6.4.3). Essa construção, no entanto, não resistia ao arrastar (figura 6.4.4).

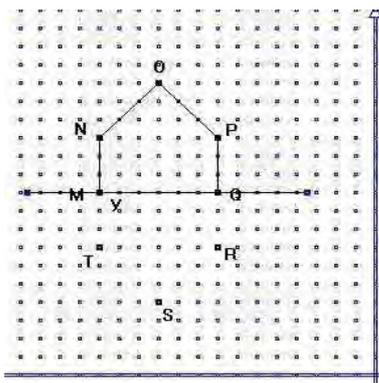


figura 6.4.2

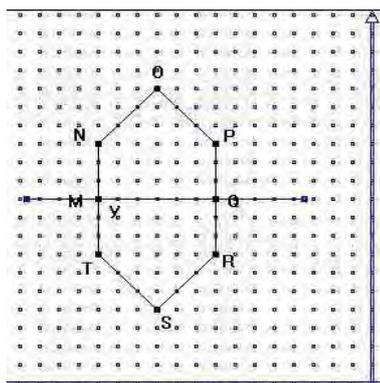


figura 6.4.3

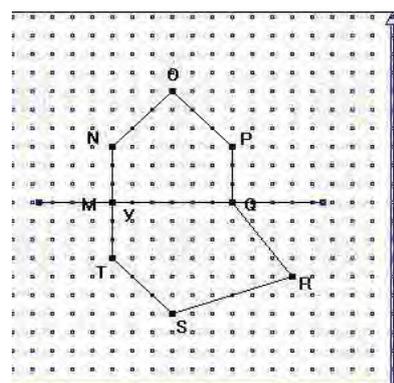


figura 6.4.4

Waldeir, na segunda edição, encontrou uma solução que mantinha as propriedades de forma que mesmo arrastados quaisquer dos pontos, as figuras MNO PQ e QRSTM mantinham-se simétricas. A sua solução propunha que fosse traçada uma reta r passando pelos pontos N e O , e outra, s , passando por O e P (figura 6.4.5). Na interseção U entre r e o eixo de simetria y , traçou uma circunferência de raio UN , e, na interseção W , uma circunferência de raio WP . Construiu também três retas perpendiculares ao eixo y , a primeira passando pelo ponto N , a segunda pelo ponto O e a terceira pelo ponto P (figura 6.4.6). Com centro na interseção V entre a reta que passa pelo ponto O e o eixo y , traçou uma circunferência de raio VO . Por fim, construiu os segmentos QR , RS , ST e TM (figura 6.4.7).

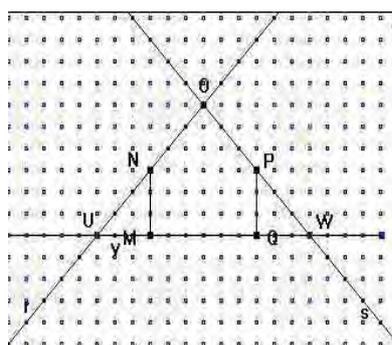


Figura 6.4.5

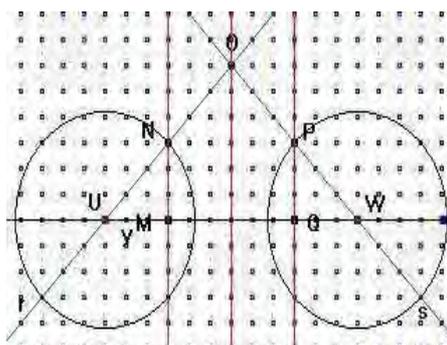


Figura 6.4.6

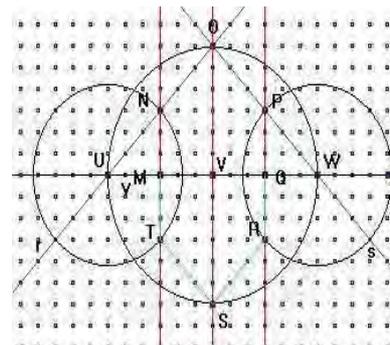


Figura 6.4.7

Deixando apenas as figuras, e escondendo os objetos utilizados na construção, foi possível observar que mesmo após arrastar qualquer dos pontos, os pentágonos MNO PQ e QRSTM mantinham-se simétricos (figura 6.4.8).

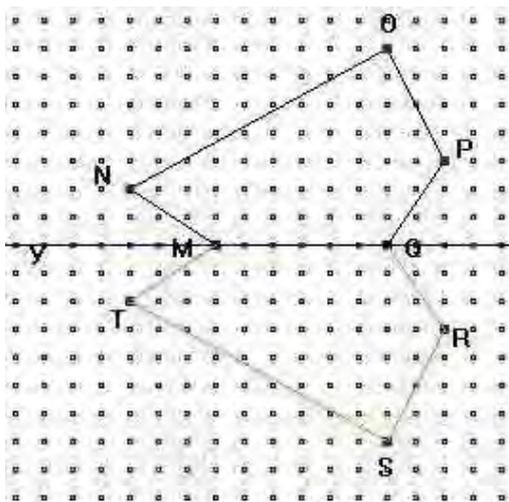


Figura 6.4.8

Ainda na segunda edição, Francisco Erivaldo encontrou uma outra solução, que também fora inicialmente por nós imaginada, e que tinha semelhanças com a construção de Waldeir. Após traçar três retas perpendiculares (como as anteriormente descritas), uma circunferência era traçada em cada ponto de interseção dessas retas com o eixo de simetria y , com raios MN , VO e QP (figura 6.4.9). Na verdade, as propriedades que baseavam essa construção eram as mesmas da construção anterior, pois o ponto V foi usado em ambos, e tanto U e W como M e Q , centros das outras duas circunferências, estavam sobre o eixo y , dividindo as circunferências em duas partes iguais (uma superior e outra inferior ao eixo), que garantiam a simetria. Depois foram construídos os segmentos QR , RS , ST e TM e, escondendo os objetos utilizados na construção, foi notório que também essa construção resistia ao teste do arrastar (figura 6.4.10).

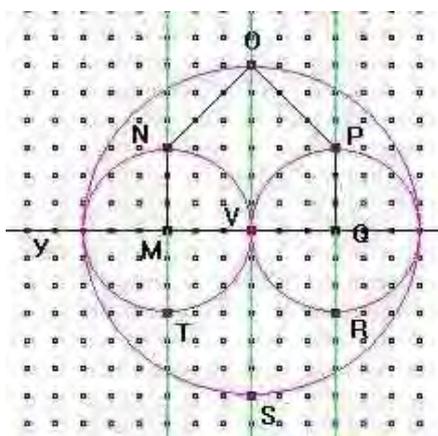


Figura 6.4.9

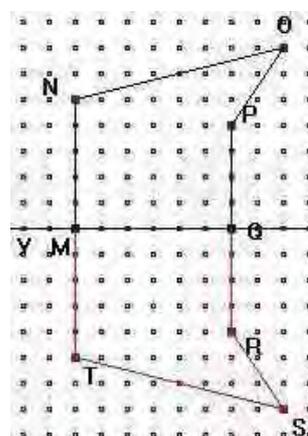


Figura 6.4.10

Na terceira edição do curso, por questões diversas, poucos alunos tinham pensado sobre essa atividade antes do encontro de sábado. Nessas condições, ficava difícil iniciar uma discussão ou pedir sugestões de soluções. Propusemos, então, que durante alguns minutos os alunos, em suas máquinas, abrissem o Geometricks e tentassem desenvolvê-la.

Colaborando com esse processo, uma das alunas resolveu ajudar seus colegas (apenas uma aluna e uma dupla haviam resolvido a atividade), dando algumas dicas:

Nelma: *Eu... quando estava fazendo a atividade, eu só queria comentar que eu percebi, ficou mais fácil de eu entender o que eu tava fazendo quando eu tive aquela percepção e vi que realmente o centro, o centro da circunferência fica sobre o eixo de simetria, quando eu percebi isso ficou mais fácil de fazer a atividade.*

Marcelo: *Olha, eu acho que o comentário da Nelma pode servir, para aqueles que estivessem ouvindo, como excelente dica para tentar trabalhar com a atividade. Parabéns, Nelma!*

Depois de um pequeno intervalo, perguntamos se alguém se propunha a mostrar sua solução. As professoras Neuza e Oneida se prontificaram e, à medida que iam descrevendo, a construção ia sendo simultaneamente realizada e compartilhada com os colegas.

A construção sugerida não resistia ao teste do arrastar e os ajustes necessários foram feitos para que assim acontecesse, sendo apresentada como uma segunda solução possível à atividade em debate.

Marcelo: *A solução apresentada então, ela estava correta parcialmente, visto que ela não resistia ao arrastar. Então ela foi feita, aquele ângulo foi feito de maneira correta, mas no momento em que eu arrasto já há modificação. Vocês entenderam a diferença e a limitação da solução da colega, que foi bastante criativa, foi diferente da que nós pensamos, mas nesse momento com uma limitação? Olha, mas isso é perfeitamente normal, ainda mais que nós demos aqui poucos minutos para fazer e eu acho que vocês estão de parabéns de terem vindo com uma solução. Só para vocês terem uma noção: alguns desses problemas, Rúbia e eu já fizemos por três vezes, e quando nós vamos preparar as aulas de vocês surgem dúvidas ou nós fazemos soluções incompletas também. Então eu gostaria de deixá-los bem à vontade para tentar, dizendo que isso acontece conosco aqui também, que a princípio temos mais experiência e pensamos as atividades e tudo mais.*

Esse episódio ilustra que a proposta pedagógica do curso abria espaço para que as atividades pudessem ser desenvolvidas tanto por nós, professores, como pelos alunos-professores. Além disso, o ambiente de troca possibilitava que os próprios alunos-professores ajudassem os colegas e os erros não eram vistos de forma negativa, e por vezes não apenas os alunos erraram, mas também nós, professores.

6.5 Atividade 5

Uma outra atividade do tema “simetria” merece ser apresentada, especialmente pela troca entre os alunos-professores ao descrever suas soluções. A atividade tinha a seguinte proposta:

SIMETRIA DO TRIÂNGULO ISÓSCELES

a) se sentir necessidade, reveja o que é uma simetria axial

b) Construa um triângulo isósceles
(Ao CONSTRUIR um triângulo isósceles lembre-se de suas propriedades e esteja atento(a) para que depois de construí-lo, seus vértices possam ser arrastados pela tela mantendo-se as propriedades)

c) Investigue e responda: o triângulo isósceles é um caso de simetria axial? Por que?

d) Se for, qual é o seu eixo de simetria?

A partir desse enunciado, a construção do triângulo isósceles foi feita de forma diferente pelos alunos-professores. Três deles quiseram compartilhar sua solução. Welhington começou. A partir de um segmento AB inicialmente construído, traçou duas circunferências com raios fixo, uma com centro em A e outra com centro em B. Enfatizou que o raio deveria ser maior que a metade do comprimento do segmento AB, então julgou que a medida 6 seria suficiente. Marcando as interseções entre as circunferências, encontrou o ponto C e traçou o triângulo ABC (figura 6.5.1).

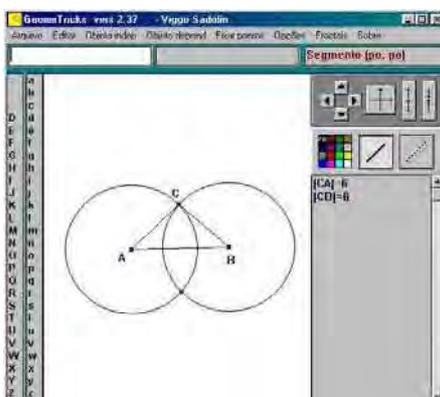


Figura 6.5.1

Essa construção garantia que ABC era um triângulo isósceles. Como os raios das circunferências eram os mesmos, então $AC = BC$. No entanto, essa construção, no Geometric, não resistia ao teste do arrastar, pois mantendo $AC = BC = 6$, esses

segmentos não manteriam a condição de serem maiores que a metade da medida de AB , se este segmento fosse arrastado livremente pela tela (figura 6.5.2).

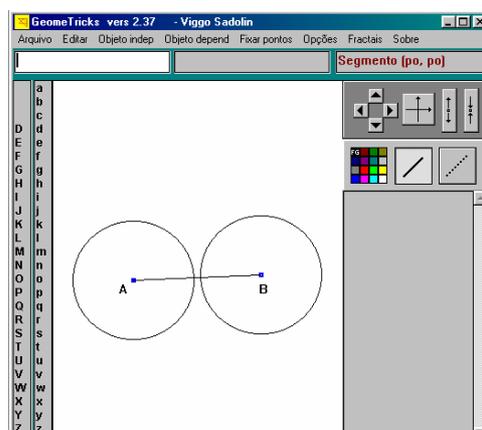


Figura 6.5.2

Cirioney manifestou que sua construção foi diferente e quis apresentá-la. A partir de um segmento AB traçou sua mediatriz e fixou um ponto C sobre essa reta. O triângulo ABC , nesse caso, era isósceles porque sendo a mediatriz o lugar geométrico dos pontos equidistantes de A e B , AC e BC tinham a mesma medida (figuras 6.5.3 e 6.5.4). Dessa forma AB , BC e AC poderiam variar com a única restrição de que o ponto C não poderia estar sobre AB . Também os ângulos variavam indefinidamente.

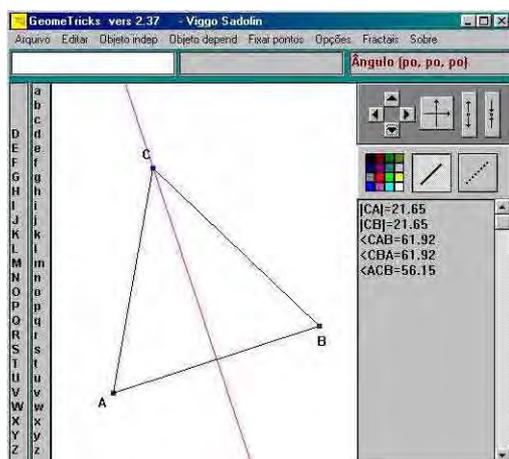


Figura 6.5.3

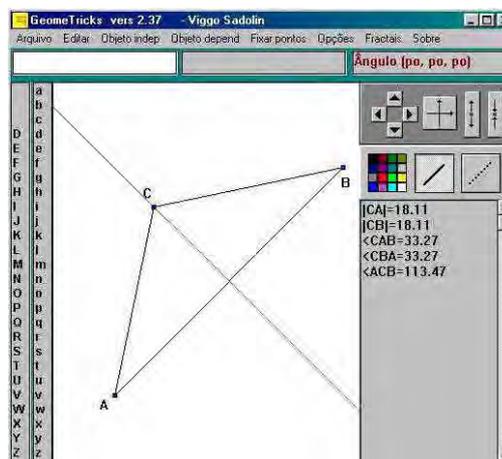


Figura 6.5.4

Maurício também fez questão que sua solução fosse compartilhada. Ele fez uso do recurso "Ângulo (po, re, medida)". Após construir o segmento AB , encontrou a reta que passava por A e tinha ângulo de 50° com o segmento AB . Por B encontrou a reta que tinha 130° no sentido anti-horário com o segmento AB , garantindo 50° em B , interno no triângulo ABC . Essa construção manteve as

propriedades do triângulo isósceles, mesmo quando arrastada pela tela, pois o comando utilizado garantia medidas fixas dos ângulos internos de ABC: $A=50^\circ$, $B=50^\circ$ e $C=80^\circ$, que satisfaziam as condições de definição do triângulo isósceles. No entanto, construído dessa forma, apenas as medidas dos lados do triângulo poderiam ser alteradas (figuras 6.5.5 e 6.5.6).

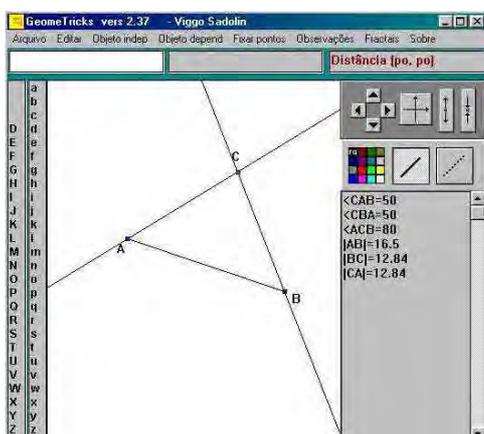


Figura 6.5.5

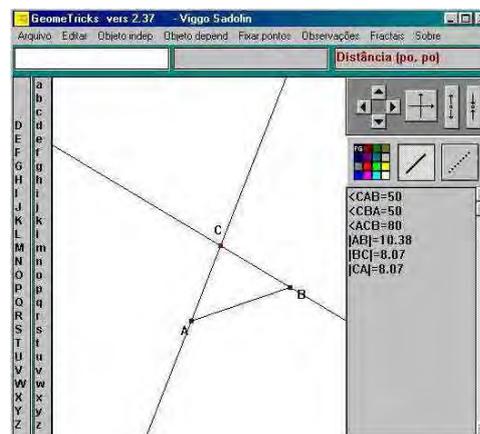


Figura 6.5.6

Essa atividade ilustra a participação ativa dos alunos-professores, ao compartilharem suas soluções. Mostra, ainda, o relevante papel da elaboração das atividades. Se fossem fechadas, indicando os procedimentos de construção, dificilmente soluções diferentes iriam surgir. Isso foi possível em função da proposta investigativa da atividade. Cada aluno-professor (ou cada grupo) ficava livre para encontrar um caminho que resolvesse o problema apresentado, o que possibilitava, também, a rica troca de soluções.

6.6 Atividade 6

Para não centrar os exemplos em atividades propostas por nós, professores, trago uma atividade elaborada por uma dupla de alunos-professores. Como descrito no capítulo V, o penúltimo encontro era destinado à apresentação e discussão de atividades elaboradas pelos alunos-professores. Nossa expectativa era que eles vivenciassem essa experiência durante o curso, para que pudessem contribuir com sugestões no sentido de aprimorar essa fase essencial do processo de utilização de *software* educativo em sala de aula, que é a elaboração/escolha das atividades.

Como os alunos-professores tinham maior experiência com a prática pedagógica nos níveis fundamental e médio, poderiam, também, contribuir com os colegas. Esse encontro possibilitava, então, um pensar coletivo sobre as atividades por eles elaboradas.

A atividade de José Gilney e Auxiliadora propunha:

IDENTIFICANDO FIGURAS GEOMÉTRICAS

- a) Parta da origem;
- ande 2 unidades para a esquerda;
 - ande 6 unidades para cima e marque um ponto na grade (A);
 - ande 10 unidades para direita e marque um ponto na grade (B);
 - ande 8 unidades para baixo e marque um ponto na grade (C);
 - ande 10 unidades para esquerda e marque um ponto na grade (D);
 - usando segmento de reta, ligue os pontos A,B,C e D (nessa ordem);
 - marque os pontos na grade que dividem os segmentos AB, BC, CD, DA em duas partes iguais. Entre A e B chame de E, entre B e C chame de F, entre C e D chame de G e entre D e A chame de H;
 - usando segmento de reta ligue os pontos E, F, G e H (nessa ordem);
 - ligue os pontos E e G e os pontos F e H.
- Quais figuras são identificadas?
- b) Quais são as coordenadas dos pontos A, B,C,D,E,F,G,H ?
- c) A que quadrante pertencem os pontos A, B, C e D?

As atividades eram organizadas em um único arquivo e enviadas por *e-mail* antes da realização do encontro síncrono. Pedíamos que todos estudassem com atenção pelo menos duas atividades dos colegas, para poderem participar ativamente com sugestões. As contribuições sempre apareciam:

Marcelo: *Quais figuras são identificadas? (na figura 6.6.1) Quais são as coordenadas dos pontos A, B, C, D, E, F, G e H? A que quadrantes pertencem os pontos A, B, C e D? Então são perguntas que eles têm no final para explorar? Vocês teriam outras? O que que vocês acharam das perguntas do José e da Auxiliadora? Palavra aberta.*

Lincoln: *Muito boa, gostei demais da idéia, da construção, né?! A idéia do José Gilney é uma idéia que eu vou iniciar na oitava série, quando for iniciar o trabalho de funções. Esse é o primeiro trabalho que nós vamos fazer: como marcar pontos, como identificar os pontos no plano cartesiano... Achei excelente a idéia dele. Esse é o trabalho que nós vamos fazer na próxima sexta feira com os meninos e podemos trabalhar para questionar aí a simetria também, né?! Eixos de simetria axiais, acho que podemos questionar... Muito boa, gostei demais! Se for ao longo do terceiro médio dá para calcular até para área de triângulo, podemos até cobrar isso, se for alunos do terceiro médio, Geometria Analítica...*

Silvana: *Professor Marcelo, nessa atividade a gente pode explorar também na quinta série, com o cálculo de áreas e perímetros.*

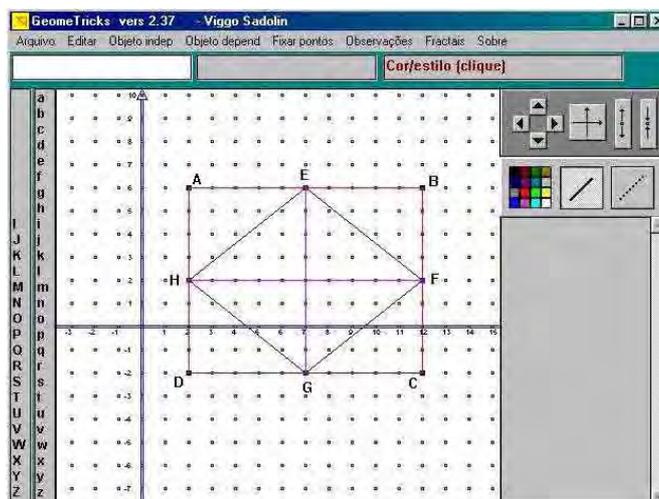


Figura 6.6.1

Essa, entre outras, passou a compor o conjunto de atividades, tendo sido incorporada ao tema "Geometria Analítica" (GA) a partir da segunda edição do curso, com pequenas adaptações. Era uma forma de valorizar o trabalho dos alunos-professores e estimular a elaboração de novas atividades pelas turmas das edições seguintes.

6.7 Atividade 7

Essa última atividade aborda questões de GA. O estudo das cônicas era um dos focos desse tema, e como muitos alunos-professores trabalhavam no ensino fundamental, tinha o papel importante na revisão de conceitos nessa área. Para aqueles que atuavam no ensino médio, essa era a ocasião que participavam de forma mais efetiva, dando suas contribuições também no âmbito pedagógico.

A participação dos alunos-professores nesse encontro foi muito ativa, suscitando questões que não foram devidamente exploradas, por terem extrapolado as perguntas propostas nas atividades, tendo demandado reflexão de todo o grupo. Dessa forma, no último encontro retomamos a discussão, pois havia um tempo destinado às questões que ficaram em aberto no decorrer do curso. Dois momentos do estudo desse tema, na segunda edição do curso, merecem destaque: aspectos de sua definição e de argumentação matemática. Já tendo sido realizada a construção e

exploração da parábola, no encontro de GA, seguimos para a construção da hipérbole, por lugar geométrico, que partiu de dois pontos livres A e O. Uma circunferência com centro em O e raio AO foi traçada em seguida. Nessa circunferência foi fixado o ponto Q e, externo a ela, foi marcado um ponto livre P. Posteriormente, foi construída a mediatriz de P e Q e uma reta que passava por O e Q. O ponto L era a interseção dessas duas últimas retas. Ao movimentar o ponto Q era possível visualizar o lugar geométrico de L:

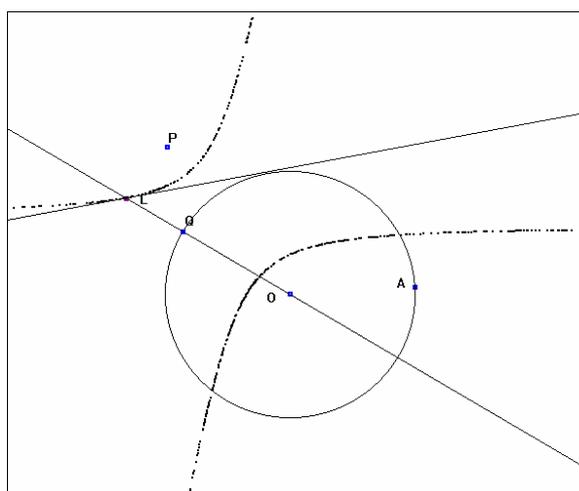


Figura 6.7.1

A partir de então, iniciamos uma discussão na tentativa de justificar essa construção. Marcelo questionou porque a figura gerada é uma hipérbole. Uma definição do livro de Manuel Paiva foi lida (anexo C) e traduzida para a figura da tela, de onde permaneceu a pergunta sobre como justificar a hipérbole dessa forma construída:

Marcelo: *Então quando eu pego a distância na nossa construção, a distância $LO - LP$ tem que ser constante, a diferença entre elas. Pode ser também $LP - OL$ porque eu estou interessado apenas no módulo, tá ok!? Essa distância entre eles vai ser denominada de $2a$, da mesma maneira que a distância entre os focos é $2c$. Essa distância tem que ser constante, essa diferença entre eles, tá ok!? Vou dar mais um minutinho para que vocês me venham com a idéia sobre algum tipo de argumento sobre porque que $LO - LP$ é constante quando eu faço essa construção, quando eu desenvolvo esse... arrasto o ponto Q e gero esse lugar geométrico.*

Para facilitar um pouco a visualização mais uma dica, vamos por uma linha que não é necessária para a construção, mas para que fique mais claro, que todos vejam que a distância LP e OL , tá ok!? (figura 6.7.2). *Só para ela ficar em destaque. [...] Eu gostaria que agora alguns de vocês se pronunciassem, ou sobre um argumento... tentassem, não tem problema se não estiver correto, ou algum tipo de comentário que tenham sobre essa atividade da construção da hipérbole.*

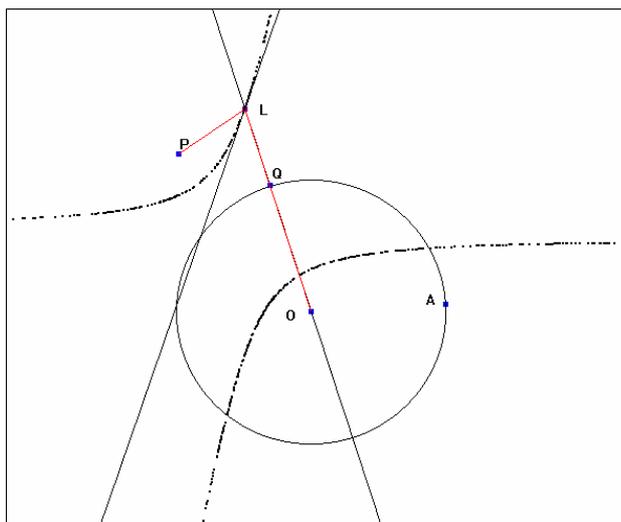


Figura 6.7.2

Gleice apresentou uma justificativa:

Eu acho que a distância permanece constante porque o ponto Q e o ponto O eles são constantes, são fixos, a distância entre eles é sempre a mesma. Aí você fez a construção da mediatriz do ponto Q ao ponto P, obtendo aí o ponto L, que está sempre à mesma distância de Q e P, por isso quando você movimenta permanece sempre a mesma distância, a diferença é sempre constante.

Em seguida, outra questão, deixada por Gleice na aula do tema GA foi retomada. Ela questionou se a construção de uma parábola, e também de uma simétrica a ela, com relação à reta diretriz, poderia ser considerada uma hipérbole. Esse ficou sendo um desafio e alguns alunos-professores enviaram suas soluções por *e-mail* no decorrer da semana, que “serviram de inspiração”. Foi um desafio para nós, professores, também. Encontramos uma justificativa, ainda que não tivéssemos ficado totalmente satisfeitos. *Nós achamos uma solução, que está correta na minha opinião, mas ainda não é tão elegante quanto mereceria. Ou seja, a pergunta da Gleice é muito boa mesmo* (Marcelo).

Iniciamos por construir uma parábola com a concavidade para cima, e outra com foco simétrico com relação à reta diretriz, com concavidade voltada para baixo:

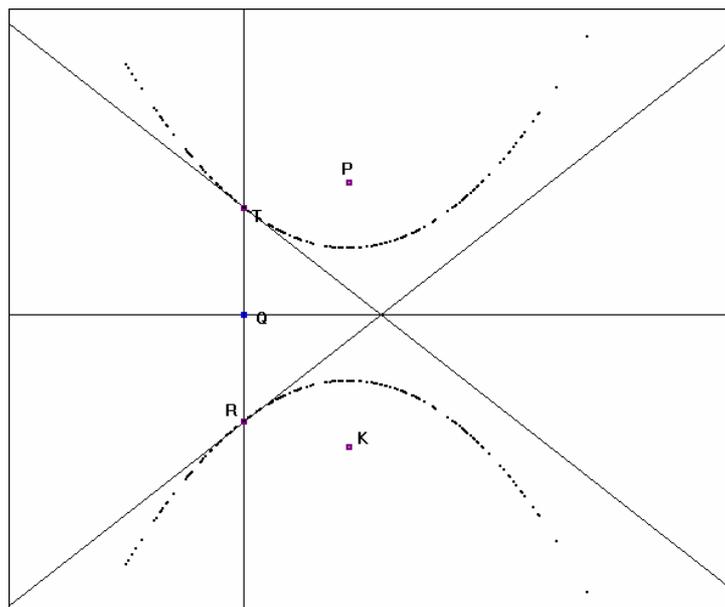


Figura 6.7.3

Para ser uma hipérbole, pela definição já estudada anteriormente, a diferença entre PR e RK deveria ser uma constante.

Marcelo: *Mas note o seguinte, nessa construção o que está ficando constante, que tem a mesma distância é RK , que é congruente com QR , agora não é mais como na outra de que esse ponto mantinha então aquele raio da circunferência constante, tá vendo? Quando eu arrasto, por exemplo, o ponto Q , QR com RK está constante, mas não necessariamente $PR - RK$ vai estar constante. Notaram a diferença?*

Essa observação, no entanto, não poderia ser considerada uma justificativa. Utilizando o *software* era possível fazer a verificação através da medição dos segmentos PR e RK. Um primeiro resultado foi $PR - RK = 13,69 - 8,49 = 5,2$. Arrastando o ponto Q essas medidas se alteraram e sua diferença deveria permanecer constante. No entanto, foi obtido $5,17 - 1,74 = 3,43$. Marcelo sugeriu que esse tipo de contra-exemplo poderia ser explorado no primeiro ano do ensino médio, já que *não há imprecisão do software dessa grandeza* e observou, ainda, que era necessário um argumento mais geométrico sobre porque que gerado dessa forma não é uma hipérbole. Do ponto de vista geométrico argumentou:

Marcelo: *Note o seguinte, primeiramente eu vou estar fazendo aqui também um segmento aqui KP e também o segmento PT , tá ok!? (figura 6.7.4) Vamos ver o seguinte, existe uma posição aqui onde eu possa arrastar Q de tal maneira que esse ângulo aqui vai ficar reto e essa distância aqui, como eu construí uma parábola, eu vou ter que $KR=QR$, ok!?*

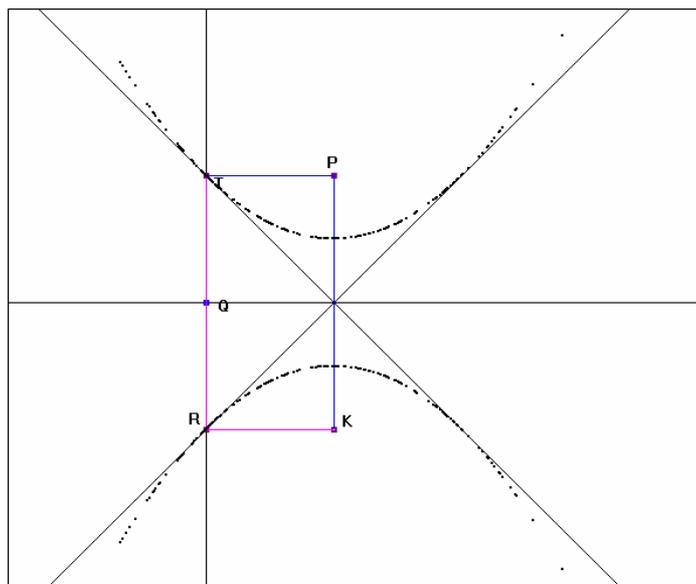


Figura 6.7.4

[...] Por essa construção que eu fiz aqui na parábola $KR=QR$, visto que aqui essa reta é a mediatriz entre os pontos P e Q , em ambos os casos. Então agora eu tenho o retângulo $KRTIP$ e nós poderemos dizer que tem medida de 2 para 1 [se referindo aos segmentos TR e PK como dobro da medida dos segmentos TP e RK , numa proporção de 2 para 1]. Ou seja, essa medida aqui é 1+1 [referindo-se a PK] e essa daqui é 1 [apontando com o mouse o segmento TP]. Notem que esse 2 para 1 não está usando a mesma métrica que o software usa no menu de observações, tá ok!?

Bom, então aqui, de qualquer jeito, nesse caso aqui, nós podemos ver que ao eu ter aqui o meu $RK=1$ e esse $KP=2$ então essa diagonal aqui $[PR]$, pelo teorema de Pitágoras, vai medir $\sqrt{5}$. Claro para todos, não?! E portanto, $PR-KR$ vai dar $\sqrt{5} - 1$, que é um pouco mais do que 1, correto? Vai dar 2 vírgula alguma coisa, vai dar 1 e alguma coisa.

E, prosseguindo com esse raciocínio, arrastou o ponto Q de forma a obter outra figura para $PKRT$, pois

como eu quero provar que isso não é uma hipérbole, eu vou achar um outro ponto agora da hipérbole, dessa que seria a hipérbole, e mostrar que a diferença entre PR e KR não é 1 vírgula alguma coisa.

O outro "ponto especial" para Q é quando P , T , R e K estão alinhados (figura 6.7.5). Julgando ser mais fácil visualizar, preferimos deixar os pontos não alinhados (figura 6.7.6):

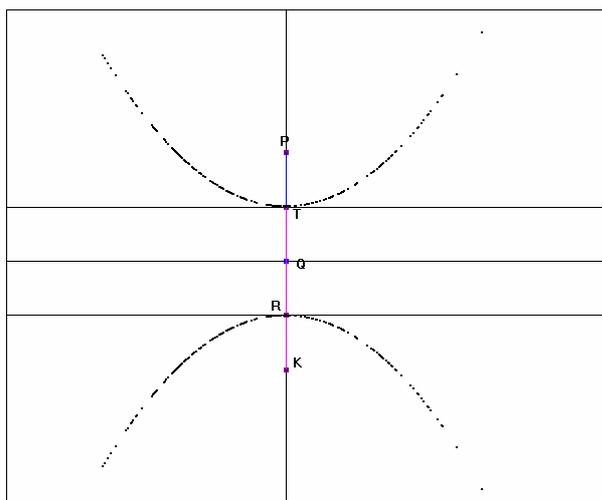


Figura 6.7.5

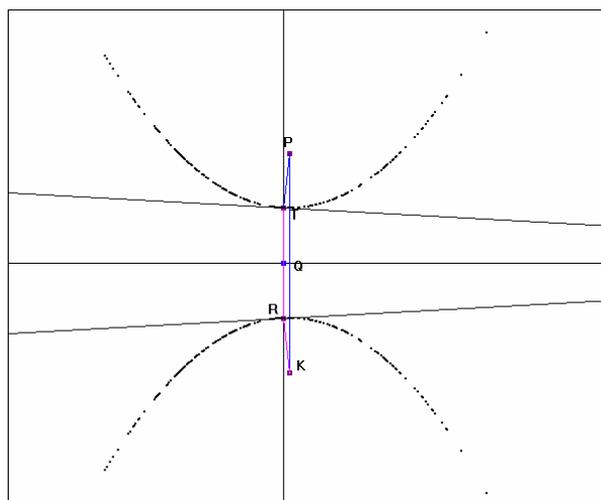


Figura 6.7.6

Nessas condições, quando os pontos estão alinhados, o segmento PR medirá 1,5 (uma vez que a medida de $KR = RQ$). Assim, a diferença entre PR e KR é exatamente 1,0 (pois é $1,5 - 0,5$). Anteriormente tínhamos encontrado um valor um pouco maior que 1,0. Portanto, percebemos que a diferença não se mantinha constante, o que contradiz a definição da hipérbole.

Essa atividade ilustra como o curso *Geometria com Geometricricks* tinha a perspectiva de abordar aspectos de argumentação matemática, aproveitando não apenas as idéias dos professores, mas também dos alunos-professores, que não se limitavam a ajudar a pensar as respostas, mas a propor problemas também.

A descrição dessas atividades permite vislumbrar algumas das discussões matemáticas que se desenvolveram durante o curso, com a preocupação de envolver os alunos-professores no processo de produção matemática.

CAPÍTULO VII

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA
EM UM AMBIENTE *ONLINE*

*Eu me multiplico incansavelmente.
Estréio mãos e bocas todos os dias,
mudo de pele, de olhos e de língua,
e visto uma alma cada vez que for preciso*
Jaime Sabines

Neste capítulo, teço uma análise da natureza da aprendizagem matemática no curso *Geometria com Geometricks*. Para tanto, inicio retomando alguns questionamentos que direcionaram a pesquisa. Como acontece o processo de compartilhar nossas idéias com lápis e papel na mão, ou usando outro mecanismo semelhante, como giz e lousa, descrevendo nosso pensamento, fazendo apontamentos, na Educação a distância (EaD) *online*? Como podemos usar os recursos informáticos para a comunicação matemática a distância? Como desenvolver conteúdos matemáticos envolvendo os alunos coletivamente? Estas são algumas das questões que nortearam este trabalho, sintetizadas pela pergunta diretriz: "*qual a natureza da aprendizagem matemática em um curso online de formação continuada em Geometria?*", a partir da qual pretendo trazer contribuições para entender como as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) condicionam a natureza da aprendizagem matemática.

Ao discutir matemática, os participantes entrelaçaram as três tecnologias da inteligência: oralidade, escrita e informática. 'Coletivos pensantes' se estruturaram no

desenvolvimento do curso, constituindo o que Borba e Villarreal (2005) denominam 'seres-humanos-com-mídias'. Esse coletivo condicionou o pensamento matemático dos alunos-professores, especialmente no aspecto da visualização, visto que aprender matemática em um curso à distância com a possibilidade de visualizar as construções realizadas pelos demais participantes é uma dimensão própria dessa experiência.

Seres humanos e mídias podiam interagir mesmo estando, os primeiros, geograficamente distantes uns dos outros, pois compartilhavam o mesmo espaço virtual: o 'ciberespaço'. Pelo diálogo se constitui uma comunidade virtual de aprendizagem (CVA) e esta proximidade propiciou o que se denomina por 'telepresença'.

Os recursos informáticos presentes no curso, como a videoconferência, o *chat*, o *e-mail* e o Geomtricks deram condições para que a discussão matemática se efetivasse no ciberespaço. Pessoas com diferentes perspectivas puderam trocar informações, em um processo de aprendizagem colaborativa *online*, e essa integração originou uma 'inteligência coletiva'.

A postura dos professores, de estimular os alunos-professores a procurarem entender o porquê das propriedades por eles utilizadas, era característica no curso. Com os encontros síncronos, a possibilidade de diálogo e interação entre os participantes, culminou na elaboração de justificativas e argumentações muitas vezes construídas coletivamente, em um processo colaborativo.

Assim sendo, entendo que a aprendizagem matemática no curso *Geometria com Geomtricks* tinha natureza **coletiva**, envolvendo diferentes coletivos pensantes; **colaborativa**, que pelo diálogo e telepresença reuniu pessoas e mídias em uma CVA, produzindo conhecimento colaborativamente; e **argumentativa**, na medida em que as discussões matemáticas culminavam no encadeamento de justificativas e argumentações matemáticas.

7.1 Coletivo pensante e visualização

Lévy (1997) nos chama a atenção de que, com a informática, pensamos qualitativamente diferente. O Geomtricks permite que uma construção geométrica seja arrastada pela tela, podendo ser analisada em diferentes posições, o que nos faz pensar matematicamente diferente de quando estamos com uma construção estática no papel, ou quando apenas falamos dela, sem nenhum recurso visual. Aprende-se de outras maneiras quando se interage com tecnologias distintas. E propiciar essas várias possibilidades em experiências à distância é um desafio.

Grande parte das experiências em EaD com informática se iniciaram (e muitas ainda permanecem) centradas na distribuição de material pela Internet. Os alunos fazem a leitura do que é proposto e estudam sozinhos, no modelo explicitado por Valente (2003a; 2003b) como *broadcast*. Nesse contexto, a escrita é o principal meio de comunicação entre os participantes, e usualmente de forma assíncrona³⁷. Com o passar do tempo, o uso do fórum abriu espaço para a interação entre os participantes, e o *chat* trouxe novas possibilidades aos processos de ensino e aprendizagem, com alunos e professores produzindo matemática em tempo real.

No curso *Geometria com Geomtricks*, a videoconferência possibilitou a integração das três tecnologias da inteligência. Oralidade, escrita e informática constituíram, com os participantes do curso, um coletivo pensante, possibilitando a interação ainda que estivéssemos geograficamente distantes.

A videoconferência possibilitou a comunicação oral entre os participantes. As atividades 2 e 3 ilustram essa possibilidade, com a fala de vários deles. Esse é um destaque particular desse curso, uma vez que a maioria das experiências em EaD exploram as possibilidades do uso do *chat*, como Bairral (2002, 2004, 2005), Borba (2004), Gracias (2003), Malheiros (2006), Ramal (2002), Rosa (2006) e Santos (2006).

Nesse sentido, é relevante perguntar: que importância pode ter o diálogo na aprendizagem? Para Alrø e Skovsmose (2006), existe uma relação entre a qualidade do diálogo e a qualidade da aprendizagem matemática. Como e com quem falamos abrem possibilidades diferentes à aprendizagem. O curso em análise propiciou um

³⁷ Algumas experiências também fazem uso do telefone mas, com este recurso, a interação é "um-um" (professor-aluno ou aluno-aluno), não fomentando a discussão coletiva.

ambiente de interação pela oralidade, através da videoconferência. Esta é uma forma de comunicação usual em nosso cotidiano. Expressar matematicamente somente de forma escrita³⁸, como acontece no caso do *chat*, por exemplo, requer outra forma de pensamento, de expressão das idéias e raciocínios desenvolvidos no decorrer de uma atividade, em um multiálogo. O curso também era espaço para o diálogo escrito, por *chat* e, como pontua Bairral (2004, p.56), não há necessidade de compará-los, definindo qual o melhor recurso, pois “cada um se sente melhor em um espaço comunicativo”.

Particularidades da interação por videoconferência e, em menor escala, da interação por *chat*, são consideradas durante o processo de análise, na medida em que pretendo focar a natureza da aprendizagem matemática nessa experiência, que se diferencia das demais pesquisas por fazer uso da oralidade terciária, escrita secundária e informática de forma interligada.

No curso, coletivos diferentes se faziam presentes. Quando o encontro síncrono acontecia por *chat*, seres-humanos-com-escrita-secundária produziam conhecimento em Educação Matemática³⁹. E, por videoconferência, seres-humanos-com-oralidade-terciária-e-Geometricks era a unidade cognitiva, sem que houvesse dicotomia entre seres humanos e mídias.

A atividade 3 propunha que fosse construído um quadrilátero com as medidas de seus ângulos previamente determinadas, e, em seguida, que se encontrasse uma figura semelhante a esse quadrilátero. Depois de realizadas as construções necessárias, os alunos-professores foram questionados sobre as justificativas matemáticas que garantiam a semelhança entre as duas figuras.

Ricardo sugeriu a sobreposição das figuras de modo a verificar se ficavam coincidentes, afirmando que, nesse caso, as figuras seriam certamente semelhantes. A resposta expressada por Ricardo foi construída **com** o recurso de arrastar do *software*.

³⁸ A plataforma do *chat* não permitia o compartilhamento de imagem, apenas que as pessoas redigissem textos escritos.

³⁹ Um dos encontros do curso era destinado à discussão das leituras. Um livro (Informática e Educação Matemática (BORBA; PENTEADO, 2004)) e um texto de Geometria Dinâmica (extraído de ZULATTO, 2002b) eram lidos previamente e questões eram elaboradas para fomentar os encontros síncronos. Para esse encontro, o uso do *chat* se mostrou mais frutífero, pois as pessoas podiam se expressar livremente, podiam fazer suas colocações simultaneamente, redigindo-as.

Nesse exemplo, a informática condicionou o pensamento matemático de Ricardo. Seu argumento se baseou no recurso visual do Geometricks. Aspectos da visualização em Matemática podem ser transpostos para a experiência do curso. O Geometricks possibilitou a exploração visual de propriedades geométricas, a partir de várias posições de uma mesma figura, em tempo real, como sugerem Laborde (1998) e Marrades e Gutiérrez (2000).

No contexto do curso em análise, questionávamos como poderíamos vivenciar a exploração do arrastar, à distância? Zulatto (2002b, p.90) complementa que “os professores enfatizam que quando trabalham um conteúdo matemático, utilizando os *softwares*, os alunos têm mais facilidade de visualizar as figuras, suas propriedades e invariantes”. Na posição de professores pensávamos: como fazer isso numa aula *online*? Considerando os recursos que dispúnhamos, como poderíamos explorar as representações visuais?

Com a videoconferência, as modificações ocorridas no Geometricks eram acompanhadas por todos os participantes do curso. Podemos considerar que o recurso de “passar a caneta” possibilitava uma dinâmica diferenciada às experiências usuais em EaD (ZULATTO; BORBA, 2006). E saliento que essa ação não foi assim denominada com o intuito de se simular, à distância, a *ação física* de se passar uma caneta, ou o giz da lousa, por exemplo. Era, sim, uma *ação cognitiva* pois, além do áudio, que permitia que os alunos externassem suas idéias e soluções, esse recurso propiciou a construção coletiva, o compartilhamento de informação e a produção de conhecimento. Podemos pensar que essa era uma “caneta virtual”.

E, dessa forma, durante as videoconferências, as representações externas das construções realizadas no *software* eram compartilhadas, enquanto, por *chat*, era explorada a utilização de imagens mentais.

Ao comparar as duas modalidades, Arthur afirma que

A modalidade que a gente prefere para um curso desse tipo é a videoconferência, porque como foi feito agora mesmo, e mesmo com a atividade no nosso grupo, a gente pode visualizar a construção e ver a idéia que o colega está tendo. Falar é uma coisa, mas a visão dá um sentido totalmente diferente.

A afirmação de Arthur ressalta a importância da “visualização com os olhos”, não desconsiderando a importância de imagens mentais para o processo de produção de conhecimento matemático. Especialmente em Geometria, o que se

constata é que, ter a imagem do triângulo isósceles na tela do Geometricks para, então, estudar seu eixo de simetria, como propõe a atividade 5, é um processo mais natural do que proceder uma análise a partir de imagens mentais dessa figura, por exemplo, pois é assim que estamos acostumados a nos comunicar matematicamente e expressar nosso raciocínio.

Desse modo, discutir matemática à distância, com a possibilidade de compartilhar a imagem no Geometricks, é diferente de usar apenas imagens mentais. Apontar com o mouse o retângulo EFGH, obtido das interseções das bissetrizes do quadrilátero ABCD, na atividade 2, é um processo mais familiar em nossas experiências matemáticas do que pedir que alguém imagine um quadrilátero qualquer, suas bissetrizes e a figura formada por esses pontos. O que quero destacar é que já é possível usufruir de potencialidades da “visualização com os olhos”, usuais em nossas práticas educativas, em experiências *online*.

No curso ficou evidente que, enquanto atores do coletivo pensante, a *visualização estática* (papel) e *visualização dinâmica* (informática) têm natureza qualitativamente diferente no processo de aprendizagem matemática. Nas aulas tradicionais, a “visualização com os olhos” se dá a partir de coletivos como aluno(s)-com-lápis-e-papel, aluno(s)-professor-com-lousa-e-giz e aluno(s)-professor-com-imagens-mentais. A informática traz uma nova dimensão a esses coletivos. Não exclui essas mídias, mas pode incorporá-las e, dessa forma, os alunos podem visualizar-com-lápis-papel-e-computador, por exemplo. E esse coletivo com informática pôde se constituir em uma experiência *online*.

A solução de Wellington à atividade 5 também aborda essas questões. Quando pensamos-com-régua-e-compasso para construir um triângulo isósceles da forma como ele propôs, abrindo o compasso de forma a determinar uma circunferência de raio maior que metade da medida de AB, não há risco desse segmento mudar de tamanho, pois é estático. Dessa forma, a circunferência manterá sua condição de ter a medida do raio maior que a metade da medida do segmento AB. Com o *software* de geometria dinâmica (SGD) e a “caneta virtual” é possível, em segundos, arrastar, de forma compartilhada, o ponto A e/ou B de modo a alterar o tamanho do segmento AB e, em conseqüência, “perder” o triângulo isósceles (figura 7.1).

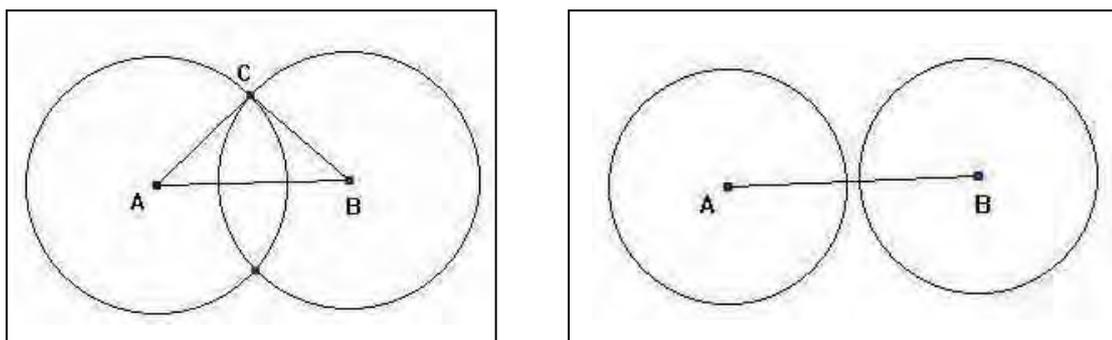


Figura inicial

Figura após arrastar o ponto A e/ou B

Figura 7.1

Já na atividade 7, Gleice conjecturou que as figuras analisadas (hipérboles) poderiam ser consideradas parábolas, a partir da imagem que visualizava no Geometricks. A imagem visual não atuou apenas na resolução de problemas durante o curso como, nesse caso, propôs um novo, reorganizando o pensamento matemático de quem participava dessa aula (TIKHOMIROV, 1981). Foi preciso buscar justificativas matemáticas para pensar sobre o problema proposto e investigar a conjectura de Gleice.

Quanto à diferenciação de Laborde (1998), entre “desenhar” e “construir” uma figura com um SGD, a atividade 4 ilustra essa exploração no curso. Nela foi solicitada a construção de figuras simétricas às figuras previamente enviadas (figura 7.2). Kátia sugeriu que fossem encontradas as figuras simétricas utilizando-se da contagem dos pontos na grade. Dessa forma, podemos dizer que, segundo Laborde (1998), o *desenho* simétrico foi determinado (figura 7.3). Porém, era visivelmente perceptível que a figura, assim determinada, não resistia ao teste do arrastar (OLIVERO et al., 1988). Toda essa exploração foi possível de ser visualizada pelos participantes porque pensávamos-com-caneta-virtual.

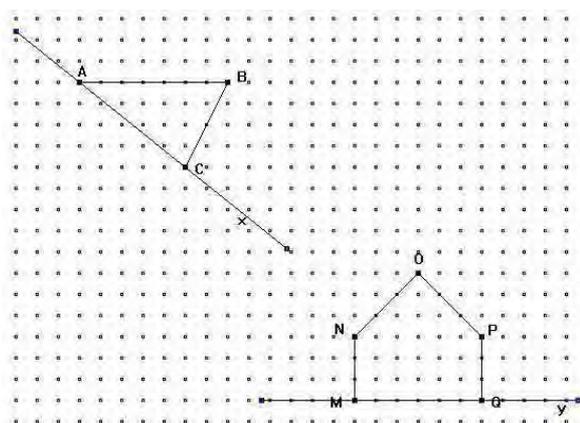


Figura 7.2

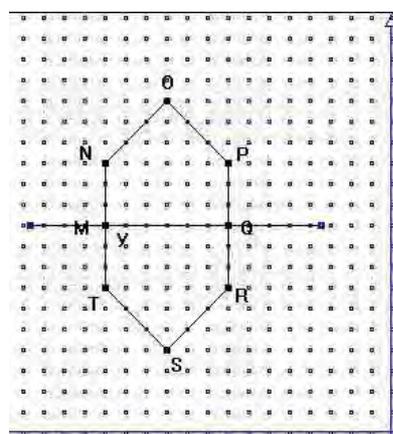


Figura 7.3

Outras soluções, por sua vez, resistiam ao teste do arrastar. Mesmo que fossem modificadas as figuras originais, as figuras simétricas determinadas assim se manteriam (figura 7.4). Dessa forma, temos que essas foram *construídas*.

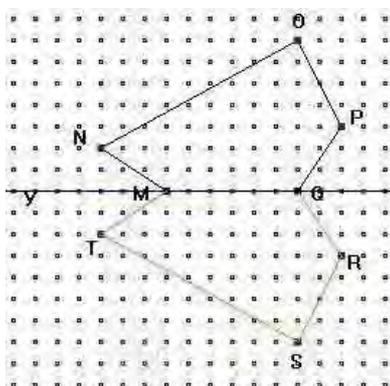


Figura 7.4

Essa discussão não é nova na Educação Matemática. Há algum tempo os SGD têm sido incorporados às práticas pedagógicas na escola, suscitando essas questões. No entanto, explorá-las em cursos a distância, com diálogo síncrono, é uma possibilidade recente.

Assim, compartilhar a tela do nosso computador, com o Geometricks aberto, foi parte do caminho escolhido para propiciar a “visualização com os olhos” nos encontros de sábado, oportunizando essa experiência em um curso à distância.

Também a atividade 1 propunha que fossem explorados os ângulos internos e externos de um triângulo. Em seu *e-mail*, Leandro apresentou soluções algébrica e geométrica para encontrar os ângulos externos. Visualizando a figura anexada foi possível entender o erro em sua resposta (um dos ângulos externos medindo 270°) e, dessa forma, intervir. Abordagens algébrica e visual se complementaram, como sugerem Borba e Villarreal (2005).

Ressalto ainda que a distância física proporcionou algumas particularidades. Em cada escola, seres-humanos-com-mídias constituíam um coletivo pensante “atual”. Na escola de São João Del Rei-MG, por exemplo, Artur, Neuza, Silvana, lápis e papel, livros, Geometricks, lousa e giz etc. pensavam coletivamente. Constituíam um nó do hipertexto do curso.

No entanto, esses coletivos não estavam isolados, uniam-se para constituir um coletivo pensante “virtual”: o próprio hipertexto. Ao desenvolverem as atividades matemáticas no decorrer da semana, alunos-com-mídias eram atuais, pensavam com

os recursos e seres humanos de que dispunham no coletivo. E como esses coletivos atuais se faziam presentes no coletivo virtual?⁴⁰

A mídia informática, na condição de *link* dessa rede, possibilitou a aproximação dos coletivos atuais. Nesse caso, o ciberespaço foi o cenário que permitiu a interação desses coletivos. Um mesmo Geotricks era visualizado por todos os participantes. Uma mesma voz era ouvida por todos. Idéias, raciocínios e comentários eram compartilhados sincronamente, propiciando aos participantes a sensação de estarem presencialmente reunidos. Além disso, as relações um-para-um se fizeram presentes quando do suporte personalizado aos alunos-professores, nos momentos assíncronos, via *e-mail*. O ciberespaço se constituiu do ambiente da telepresença, onde construções geométricas eram exploradas colaborativamente pelos participantes-com-Internet-Geotricks.

7.2 Aprendizagem matemática colaborativa em uma comunidade virtual

No curso *Geometria com Geotricks*, diferentes coletivos pensantes se constituíam para discutir atividades matemáticas. Dessa forma, os participantes podiam colaborar entre si, apesar da distância geográfica. Especialmente a videoconferência propiciava a telepresença dos atores humanos, reorganizando os modos de comunicação. Conversas por *e-mail*, *chat* e telefone também se realizaram, ainda que em menor escala.

Nesse cenário foram estabelecidos elos entre os participantes do curso, que tinham interesse em discutir matemática, trocar experiências, aprender a usar o *software* Geotricks em suas aulas, etc. E não só nós, professores, levantávamos novas questões e compartilhávamos soluções, como também os próprios alunos-professores o faziam, como ilustra a atividade 7. E sempre que possível, havia apoio dos demais participantes. A comunicação era muitos-para-muitos (AZEVEDO, 2006a), ou todos-todos (LÉVY, 1999).

⁴⁰ Sob o olhar de Lévy (1999, 2005), os conceitos de atual e virtual podem ter mais de uma leitura com o foco nos dados dessa pesquisa. Neste momento, concebo "atual" de acordo com a física clássica, à realidade corpórea. O que acontece no ciberespaço, no entanto, tem dimensão diferente, ao qual associo a uma realidade "virtual". Em consonância com esse autor, atual e virtual são, portanto, duas formas distintas de realidade.

As potencialidades do ciberespaço foram, assim, exploradas na formação continuada dos professores de Matemática da Fundação Bradesco. Os alunos-professores puderam colaborar uns com outros, em consonância com a proximidade proposta de “estar junto virtual” de Valente (2003a; 2003b). A interação entre mídias e profissionais de uma mesma instituição que, embora fisicamente distantes, tinham objetivos comuns, propiciou um “estar-junto-virtual-com-mídias”.

Nesse contexto, coletivos pensantes atuais se reuniram, constituindo um coletivo pensante virtual e, dessa forma, uma **comunidade virtual de aprendizagem**. Algumas avaliações feitas pelos alunos-professores corroboram essa afirmação, como a de Rosa:

A dinâmica com que o curso foi desenvolvido, da participação, da fala da Rúbia, o acompanhamento da Rúbia durante as apresentações, as suas (do prof. Marcelo) intervenções, as discussões, tornaram o curso meio presencial, meio a distância e isso para nós foi um ganho muito positivo, foi muito interessante realmente a participação no curso, e seria interessante que tivesse possibilidade de dar continuidade à comunidade gerada pelo curso. Muito obrigada e parabéns pela administração geral da organização metodológica do curso.

Interação e colaboração são aspectos tratados na literatura na área de formação de professores, por autores como Hargreaves (1998, 2001), Larraín e Hernández (2003), Ferreira e Miorim (2003), Fiorentini (2004), Nacarato (2005), entre outros, que observam que a colaboração e o compartilhar são ações poderosas que podem gerar conhecimento. Trazendo estas idéias para experiências à distância, temos um forte argumento para organizar cursos que enfatizem a interação não somente com o líder do curso, mas entre todos os participantes.

A participação ativa e o trabalho em conjunto constituíram uma inteligência coletiva no centro da CVA, em que a direção que traduz essa perspectiva é a da *aprendizagem colaborativa online*.

Nesse sentido, a informática tinha o papel de mídia de comunicação (MORAN, 2002). Seus recursos condicionavam a interação entre professores e alunos do curso. E, com essa possibilidade, todos os alunos acompanhavam as construções que eram realizadas em nossa máquina. E, como nossa proposta era participativa, não queríamos uma aula expositiva, onde as construções das atividades fossem por nós realizadas e simplesmente “assistidas” pelos alunos.

As atividades 4 e 5 ilustram a exploração do aspecto visual e a possibilidade dos alunos-professores participarem da aula não apenas como ouvintes, mas

mostrando suas idéias/soluções. Na atividade 4, eles expuseram suas soluções ao problema proposto de encontrar as figuras simétricas às figuras dadas, utilizando-se da “caneta virtual” para manusear o Geometricks, ou narrando os caminhos percorridos (enquanto eles narravam, nós, professores, fazíamos a construção no *software*). Na atividade 5, construções diferentes do triângulo isósceles foram compartilhadas. Como sugerem Ferreira e Miorim (2003), o diálogo se efetivava a partir do envolvimento dos alunos-professores, que expressavam sua opinião. Era uma conversação com certas qualidades, gerando um processo de descoberta. Era um diálogo que, certamente, ia além de uma simples conversa (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006; BAIRRAL, 2004).

As atividades elaboradas por eles foram também discutidas nos encontros e estavam abertas às sugestões. Preparar atividades para a utilização do Geometricks em aulas de Matemática era uma experiência nova para a maioria dos alunos-professores, e a contribuição dos colegas poderia enriquecer esse aprendizado e vislumbrar novas práticas pedagógicas.

A atividade 6 retrata que essas contribuições tinham diferentes naturezas. Algumas com o objetivo de melhorar/clarear o enunciado, usualmente apontadas por nós, professores, na tentativa de corrigir possíveis ambigüidades; outras abordavam questões pedagógicas, como os comentários de Lincoln e Silvana:

Lincoln: *Muito boa, gostei demais da idéia, da construção, né?! A idéia do José Gilney é uma idéia que eu vou iniciar na oitava série, quando for iniciar o trabalho de funções. Esse é o primeiro trabalho que nós vamos fazer: como marcar pontos, como identificar os pontos no plano cartesiano... Achei excelente a idéia dele. Esse é o trabalho que nós vamos fazer na próxima sexta feira com os meninos e podemos trabalhar para questionar aí a simetria também, né?! Eixos de simetria axiais, acho que podemos questionar... Muito boa, gostei demais! Se for ao longo do terceiro médio dá para calcular até para área de triângulo, podemos até cobrar isso, se for alunos do terceiro médio, Geometria Analítica...*

Silvana: *Nessa atividade a gente pode explorar também na quinta série, com o cálculo de áreas e perímetros.*

E, ao final de cada curso, uma pequena apostila foi estruturada, contendo todas as atividades. Dessa forma, os alunos-professores elaboraram um material inicial para usar em suas aulas.

Sob o aspecto da não uniformização, tratado por Torres (2004) e Lévy (2000), destaco a atividade 5. Um problema aparentemente simples do ponto de vista conceitual – construção de um triângulo isósceles - possibilitou rica discussão e

troca entre os alunos-professores, que não procuraram encontrar uma única resposta, supostamente “correta”, para o problema em questão. Ao contrário, quiseram expor sua maneira de pensar, mostrando as diferenças. Ainda que concordassem com a solução dos colegas, não se sentiam satisfeitos em apenas assisti-la, queriam contribuir com o processo de aprendizagem coletiva.

Várias ações do modelo de Alrø e Skovsmose (2006) se efetivavam nessa atividade. Os alunos estabeleceram contato, perceberam e reconheceram suas perspectivas e as dos colegas, posicionaram-se e pensaram alto, reformulando as conjecturas propostas. Os recursos do *software* foram usados de forma diferente pelos coletivos pensantes e compartilhar suas soluções valorizava e otimizava as qualidades de cada um, vislumbrando o aprendizado do grupo pois, como afirma Lévy (2000, p.27), “toda atividade, todo ato de comunicação, toda relação humana implica num aprendizado”.

E, nesse ambiente de aprendizagem, tivemos o papel de facilitadores. “Em lugar de atuar como o especialista que fornece as informações, como nas aulas expositivas, o professor estrutura este ambiente de forma a incentivar a interação entre os alunos” (CAMPOS et al., 2003, p.30).

Com essa preocupação, procurávamos incentivar em todos os encontros a interação entre os alunos-professores, caracterizada, segundo Silva (2003a), pela participação colaborativa, pelo diálogo com vozes de todos os atores humanos do processo e pela liberdade de troca entre eles. As mídias condicionam a colaboração do grupo, atuando de forma a possibilitar a comunicação e a propor novos questionamentos, como na atividade 7.

Nessa perspectiva, os erros não eram vistos de forma negativa, e não apenas os alunos erravam, mas também nós, professores. E esse ambiente convertia os erros em uma oportunidade para o aprendizado. A atividade 1 retrata a exploração do erro a partir da integração das mídias. Como no primeiro encontro os alunos-professores ainda não estavam muito familiarizados com o *software*, e também se sentiam inseguros em expor suas dúvidas, dificuldades e erros, é difícil fazer afirmações quanto ao erro de Leandro, e fica a dúvida se esse erro foi de definição, ou se ao explorar o *software*, até então desconhecido, ele acabou

cometendo um equívoco na medição, já que a Matemática discutida estava dentro do contexto de atuação dos alunos-professores na escola.

Houve momentos em que os alunos-professores colaboravam conosco de forma a superar dificuldades e/ou erros, como aconteceu na primeira edição do curso, no desenvolvimento da atividade 3, em que Fred nos indicou onde estava o erro na construção do quadrilátero semelhante que realizamos. Não havia semelhança entre as duas figuras e não conseguíamos perceber o motivo. Quando preparamos a aula, esse procedimento foi realizado corretamente, mas, na aula, a escolha de um ponto errado no processo de construção da figura semelhante foi a causa do erro, diagnosticada por Fred.

Nessa mesma atividade, na segunda edição do curso, ao “passar a caneta” pudemos permitir que um dos alunos-professores conduzisse a aula. Com o microfone, ele descrevia os passos de sua solução, justificando porque os escolheu. A construção era por todos acompanhada. E, no momento em que sentiu dificuldade, pediu “socorro”. Depois do nosso auxílio, pôde continuar compartilhando suas idéias, em um processo contínuo de interação e colaboração.

Quando o processo de “passar a caneta” ficava muito lento, por questões técnicas⁴¹, era sugerido que um aluno narrasse os passos de sua construção e, ao invés de nós realizarmos a construção, um outro aluno a desenvolvia.

As palavras de André externam sua avaliação desse processo, ao final de uma aula:

Nós também temos uma avaliação positiva. Aparentemente, essa coisa de estar passando o comando para os colegas dá uma idéia de lentidão, mas acaba sendo muito interessante, a gente vai percebendo as dificuldades de cada um. É extremamente positivo.

Com esse recurso de “passar a caneta”, nem sempre a pessoa que iniciava a atividade era a mesma que a finalizava. E sugestões poderiam ser elaboradas, tanto por nós, professores, como pelos colegas, em um processo de pensar coletivamente, condicionado pela tecnologia atuante.

Dessa forma, o trabalho colaborativo teve participação ativa da tecnologia disponível e utilizada. No curso *Geometria com Geometricks* a interação pôde

⁴¹ Quando se fazia uso simultaneamente de áudio e imagem, manuseando o *software*, a conexão ficava mais lenta. Quando uma pessoa falava e outra manuseava o Geometricks havia um menor *delay* entre o som e a imagem.

acontecer de forma síncrona porque a plataforma da Fundação Bradesco assim o permitia. Obviamente que apenas dispor de recursos tecnológicos não é suficiente. A utilização que fizemos deles caracterizou nossa proposta pedagógica. A videoconferência atuava de forma a possibilitar que ouvíssemos os alunos, e não apenas para expor nossas idéias, por exemplo, o que estava diretamente ligado à nossa concepção de aprendizagem pelo diálogo, pela interação, pois, como Alrø e Skovsmose (2006), pressupúnhamos que a qualidade do diálogo influencia a qualidade da aprendizagem matemática. Certamente a profundidade do diálogo garantiu a aprendizagem colaborativa *online*.

7.3 Argumentação matemática colaborativa

A abordagem investigativa foi explorada no curso *Geometria com Geometricks*, e as atividades foram elaboradas de forma a estimular os alunos a encontrarem justificativas às suas respostas. Propúnhamos problemas abertos, que poderiam ter solução única, mas que em sua maioria poderia ser encontrada percorrendo-se diferentes caminhos. Muitos sabiam usar as propriedades matemáticas no desenvolvimento das atividades, mas não sabiam justificá-las. Hipóteses e conjecturas eram levantadas no decorrer das atividades, sem que houvesse uma explicação.

Quando percebíamos que justificativas e argumentações não eram exploradas, procurávamos debatê-las nos encontros síncronos, já que nele os alunos-professores poderiam pensar coletivamente, trocar idéias, etc. Percebemos que, em sua prática docente, poucos sentiam necessidade de procurar justificativas matemáticas para as conclusões obtidas e, dessa forma, não estavam familiarizados com esse tipo de proposta. Juntos, certamente poderiam valer-se de ajuda mútua, ou mesmo se apropriar da solução apresentada por um colega. Em alguns momentos, fomos além e sugerimos que tentassem realizar uma demonstração formal do problema em questão.

Como exemplo, tomamos aquele momento em que Gleice levantou uma questão desafiadora sobre o tema "cônicas", apresentada na atividade 7. Como

sugerem Goldenberg, Cuoco e Mark (1998) e Hadas et al. (2000), ambientes de geometria dinâmica podem criar oportunidades para incertezas, que levam os alunos a buscarem explicações. Foi preciso lembrar alguns conceitos para conseguir argumentar sobre o encaminhamento proposto ao problema. Pensando colaborativamente-com-Geometricricks foi possível encontrar um contra-exemplo que garantisse que as duas curvas esboçadas não correspondiam à construção de hipérbolas. Estávamos convencidos, mas sem saber explicar o porquê. Revisitando definições e propriedades matemáticas já estudadas foi possível estruturar argumentos que justificassem nossa hipótese. Aspectos relevantes do processo de argumentação matemática se fizeram presentes, como sugere Boavida (2005).

Na atividade 3, em que era proposta a construção de um quadrilátero e de uma figura semelhante a ele, a solução encontrada foi baseada em uma construção apresentada no livro didático utilizado pelos alunos-professores. Queríamos saber, então, porque aquela construção era válida, ou seja, o que garantia a semelhança entre os dois quadriláteros.

Como mencionado anteriormente, Ricardo apresentou uma justificativa que se apoiava no recurso do "arrastar", característico em SGD. Sobrepondo as duas figuras, confirmou-se que ambas eram semelhantes. Ainda julgávamos que faltava uma explicação matemática. Márcia pensou em verificar a proporção entre as figuras. Novamente estava sendo encontrada uma maneira de saber se as figuras eram semelhantes. Mais uma vez foi confirmada a semelhança. Ficamos convencidos, mas faltava um argumento matemático. Maurício trouxe para reflexão a possibilidade de justificar com o uso do Teorema de Tales. A justificativa quase se completou, mas ficou faltando organizar as idéias. A fala do Maurício abriu espaço para uma discussão no âmbito das mídias:

Maurício: *Eu não tô conseguindo facilidade em montar isso, por exemplo, em sala de aula você aproxima duas paralelas... duas transversais e você vê mais claramente isso. Aqui agora eu não tô conseguindo raciocínio para montar isso, é por isso que eu gostaria de... Quer dizer, eu acho que tem uma certa relação, mas eu não estou conseguindo ver agora...*

Marcelo: *O que é interessante que o Maurício colocou é um pouco da diferença das mídias. Como que é diferente você lidar com isso no quadro negro ou lidar aqui no software. E o Maurício tem toda razão com isso e é algo que a gente tem que aprender. Então depois vocês vão poder ver isso e vão poder utilizar depois as razões de semelhança, essa é uma outra dica, para estarem vendo que os segmentos são proporcionais e os ângulos congruentes.*

Certamente as mídias envolvidas no processo de comunicação e exploração matemática atuaram como indutoras de demonstrações, como observam Lourenço (2002) e Marrades e Gutiérrez (2000). Fatores visuais, muitas vezes, propiciavam a convicção dos alunos-professores sobre suas conjecturas, sendo estimulados a procurar uma explicação matemática.

Na atividade 2, os alunos-professores levantaram hipóteses e procuraram justificá-las, explorando o quadrilátero EFGH formado pelas bissetrizes da figura original ABCD e o quadrilátero KLMN formado pelas bissetrizes de EFGH (figuras 7.5 e 7.6). As idéias e os argumentos foram compartilhados coletivamente, no momento que surgiam. O encontro síncrono possibilitava o diálogo simultâneo e a interação entre todos os envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem.

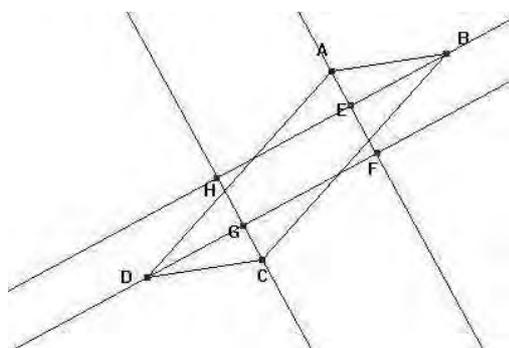


Figura 7.5

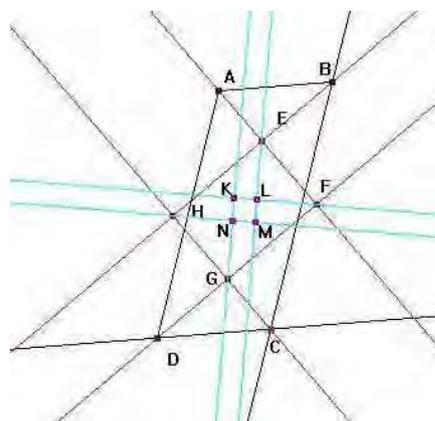


Figura 7.6

Essa atividade ilustra, ainda, a presença de um processo de abdução, de inferência. Depois de traçadas as bissetrizes do paralelogramo ABCD, os alunos-professores se arriscavam, conjecturando que EFGH era um retângulo e, traçadas as bissetrizes dessa figura, levantaram a hipótese de KLMN ser um quadrado, a partir de conhecimentos, valores e crenças construídos ao longo da sua experiência profissional (MISKULIN, 1999). Ademais, é possível perceber que as hipóteses eram, muitas vezes, levantadas pelos próprios alunos (foram eles que concluíram sobre EFGH ser um retângulo e KLMN ser um quadrado) e destaque que os argumentos eram encadeados coletivamente. Havia troca de conhecimento entre os colegas, que procuravam argumentar, ainda que informalmente, sobre a validade das propriedades em cena. As idéias “pipocavam” durante o diálogo. Diferentes possibilidades eram apontadas. Assim, o que se constata é que o desenvolvimento

de argumentações deu-se, em sua maioria, a partir do que poderíamos chamar de “abdução colaborativa”.

Em alguns momentos do curso, as justificativas ocorreram por meio de provas visuais, considerando as condições apresentadas por Hanna (2000), como na atividade 4. Para garantir que a construção resistisse ao teste do arrastar foi preciso buscar argumentos matemáticos que a sustentassem, aumentando o papel dos processos heurísticos, de exploração e visualização, valorizando os olhos como um órgão que possibilita a descoberta (GARNICA, 1995).

Essa abordagem esteve constantemente presente no curso. Como fazíamos uso de videoconferência em quase todos os encontros síncronos, a comunicação oral e visual (das construções realizadas no Geometricks) era muito mais utilizada que a escrita (algébrica). Assim sendo, as conjecturas eram levantadas a partir da visualização das figuras construídas no Geometricks e suas justificativas aconteciam oralmente, encadeando-se argumentos que explicassem as propriedades observadas.

A mídia atuante possibilitou que idéias fossem compartilhadas e que justificativas fossem elaboradas. No encontro síncrono isso pôde acontecer em tempo real e esse exemplo ilustra o pensar colaborativo, em um processo de aprendizagem de proposições e argumentações matemáticas. Essa costuma ser uma atividade individual, cada um com seu caderno e livro, na maioria das nossas experiências presenciais e a distância.

Não encontrei referências que abordassem essa questão. Talvez porque o processo aconteça de forma tão natural que não tenha suscitado questionamentos. Professores apresentam algumas demonstrações, explicam como é o processo de encadeamento de argumentos e convidam os alunos a tentar desenvolvê-lo. Apoiados em teoremas, proposições, etc. demonstramos-com-lápis-papel-e-livro. Essa é a prática usual quando do desenvolvimento de demonstrações em aulas de Matemática.

O curso foi espaço para uma nova forma: demonstrávamos-estando-juntos-virtualmente-com-mídias, em um processo colaborativo. O encadeamento não era apresentado, ou mesmo elaborado, por uma mesma pessoa, era construído a partir de contribuições de diferentes participantes. Não era possível identificar “o” autor desse processo.

Observo que acompanhar esse encadeamento de justificativas não era trivial, mesmo visualizando as figuras na tela do computador. Talvez por ser uma prática diferente daquela que estamos acostumados, sentíamos dificuldade em acompanhar as distintas linhas de raciocínio que surgiam e nem sempre se complementavam. Como disse anteriormente, em tempo real tínhamos que seguir o raciocínio dos colegas, que não necessariamente tinham uma seqüência lógica, as idéias “pipocavam”, cada um compartilhava as suas com os demais, e era preciso esforço para acompanhá-las e organizá-las. Era um espaço de escuta ativa, para estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular e desafiar (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). Na atividade 2, chegamos a pedir que fosse enviado por escrito, depois do encontro, a demonstração estruturada.

Como observa Boavida (2005), criar um ambiente que leve os alunos a argumentarem matematicamente é um processo complexo. E ações por ela apontadas, como a de propor questões que desafiassem o pensamento, ou improvisá-las no decorrer dos encontros; incentivar a contribuição dos alunos-professores; partilhar a liderança; e estimular a participação de todos, e não deixar que apenas alguns poucos interajam, ganham uma nova dimensão quando acontecem em um ambiente virtual. “Perceber intuitivamente” o momento propício para uma nova pergunta nesse cenário é diferente de quando atuamos numa aula presencial. Não podemos nos basear nos gestos e nas expressões faciais, por exemplo, que costumam nos ajudar a sentir se ainda há dúvidas ou se podemos prosseguir nossa aula. São aspectos que nos levam a uma nova postura como professor.

Por todo o exposto, o curso tinha a perspectiva de abordar aspectos da argumentação matemática, procurando fazer dessa busca um pensar coletivo.

7.4 Uma breve síntese

Com poucos alunos (em média 25 alunos em cada edição) foi possível propiciar encontros síncronos que oportunizavam a interação em tempo real entre os participantes, que aprendiam colaborativamente *online*.

Aprender matemática em um curso a distância com a possibilidade de visualizar as construções realizadas pelos demais participantes é uma dimensão própria da experiência aqui relatada. Com a plataforma para videoconferência, disponibilizada pela Fundação Bradesco, era possível compartilhar a tela de nosso computador, “passando a caneta” aos alunos-professores. Isso permitia que eles acompanhassem e participassem ativamente das construções geométricas realizadas no Geotricks. O microfone poderia estar sob nosso comando, mas, se não estivesse sendo utilizado por nós, ficava livre para que qualquer um tivesse o domínio da voz.

Desse modo, uma construção poderia ser por nós iniciada, e complementada por um dos alunos-professores. Em um momento seguinte, poderia, ainda, ser alterada por um outro aluno-professor. Ou seja, era possível “passar a caneta” aos alunos-professores, para realizações de construções geométricas coletivamente, sendo simultaneamente acompanhadas pelos colegas de qualquer localidade do país.

O *chat*, por sua vez, possibilitava que os alunos-professores se manifestassem simultaneamente, sem que houvesse a necessidade de esperar sua vez. Isso permitia que expressassem suas idéias livremente, ao que Borba (2004) refere como multiálogo. E para aqueles que têm dificuldade de se comunicar oralmente, com o *chat* poderiam fazer uso da escrita para expor suas opiniões.

A linguagem teve papel crucial no desenvolvimento do curso, na forma escrita e, especialmente, na falada. A possibilidade de ouvir os alunos-professores explicarem suas idéias, apresentarem oral e visualmente suas soluções às atividades propostas (pelo uso do microfone e compartilhamento da tela do Geotricks) durante as videoconferências, ou a discussão por *chat*, que permitia que eles se posicionassem livremente, sem ter que esperar a fala do colega, ou até mesmo sobre diferentes assuntos em um mesmo momento, fez do curso um ambiente de produção coletiva.

Constituindo uma inteligência coletiva, alunos e professores levantavam hipóteses e conjecturas e procuravam justificá-las. Compartilhar a tela do Geotricks, de modo a possibilitar a visualização das figuras construídas, incitava o “estar-junto-virtual-com-mídias”, criando uma CVA que diferencia qualitativamente

essa experiência da maioria existente em EaD, especialmente na área de Matemática.

CAPÍTULO VIII

CONSIDERAÇÕES FINAIS

*É sábio olhar para trás, pois é avaliando a
tortuosidade de nossas pegadas que poderemos
traçar um caminho reto para o futuro*
Autor desconhecido

A presente pesquisa traz resultados sobre a natureza da aprendizagem matemática em um ambiente *online* para formação continuada de professores. Os dados são provenientes de um curso intitulado *Geometria com Geometricks* cujo objetivo foi abordar aspectos da utilização de tecnologia informática nas aulas de Matemática, propiciando a familiarização com o Geometricks.

Docentes da Fundação Bradesco, de diferentes localidades do país e denominados nesse trabalho de alunos-professores, desenvolveram atividades de Geometria utilizando-se do *software* e, para discuti-las, encontravam-se periodicamente. Esses encontros aconteceram a distância, de forma síncrona, por *chat* ou videoconferência.

Tomando a concepção de que a qualidade da aprendizagem é condicionada pela qualidade da comunicação, o curso foi estruturado com ênfase na interação. Especialmente os recursos da videoconferência possibilitaram que construções geométricas fossem compartilhadas visualmente e realizadas por todos os envolvidos, fomentando a participação ativa e constituindo, por meio do diálogo, uma comunidade virtual de aprendizagem.

Nesse contexto singular, a natureza da aprendizagem matemática se revelou a partir de um conjunto de características específicas, do qual destaco a *coletividade* que engloba atores humanos e não humanos em um coletivo pensante de seres-humanos-com-mídias; a *colaboração* que se dá também nessa coletividade, mas que sustenta a ação de “passar a caneta” de Roraima ao Rio Grande do Sul em tempo real e entrelaça contribuições de todos os participantes; e *argumentativa*, uma vez que conjecturas e justificativas matemáticas se desenvolveram intensamente no decorrer do processo, contando para isso com as mídias presentes na interação ocorrida de forma constante e colaborativa.

As mídias condicionaram esse processo, pois a distância geográfica foi superada por meio do ciberespaço, e a interação em tempo real aproximou coletivos pensantes atuais em um coletivo pensante virtual. Dessa forma, se constituiu uma inteligência coletiva em que os participantes se sentiam reunidos, em um grupo de interesse comum, trocando idéias e experiências, ou seja, “estavam-juntos-virtualmente-com-mídias”. E as possibilidades dos seres-humanos-com-escrita eram ampliadas quando as discussões ocorriam por videoconferência, o que culminou na opção desse recurso nas duas últimas edições do curso na quase totalidade dos encontros, constituindo um coletivo pensante de seres-humanos-com-oralidade-Geometricks.

Não posso deixar de mencionar aqui as relações do ambiente de aprendizagem constituído neste curso, com a formação dos professores nele envolvidos. O modo como o professor aprende nesse processo pode condicionar a maneira como ele percebe e desenvolve a Matemática em suas aulas. Isto é, possibilita a reflexão sobre elementos importantes do processo de aprendizagem, como conjecturar em cima de problemas específicos, trocar idéias, elaborar justificativas, entre outros. Assim, o curso foi planejado a partir de concepções de Educação Matemática à distância em que dialogar, discutir conceitos matemáticos, errar, interagir, enfim, *produzir conhecimento matemático*, foi seu principal objetivo. Tanto humanos como não humanos foram fundamentais para que essa produção acontecesse. As tecnologias de informação e comunicação (nesse caso, em especial a plataforma do *chat* e da videoconferência) propiciaram a participação ativa, atual

ou virtual, dos alunos-professores, estabelecendo um hipertexto que permitiu a constituição de uma rede-de-aprendizagem-com-tecnologia.

É fato que um curso *online* é novidade para muitos, especialmente com participações em tempo real. Por não ser usual, o processo de comunicação pode ser dificultado, uma vez que dialogar com pessoas que não são vistas por estarem em diferentes locais (nesse caso, apenas ouvir em grande parte do tempo, visualizando o Geometricks), muitas vezes, intimida. Para que os alunos-professores expressassem suas idéias e raciocínios foi preciso estímulo.

Atenção especial foi dada a demandas como essa, à necessidade de fazer do aluno-professor um ator ativo do processo de produção do conhecimento matemático coletivo, e a possibilidade de "passar a caneta" foi um grande propulsor. Uma rede foi criada na expectativa de que seres-humanos-com-mídias pudessem produzir conhecimento colaborativamente. Aprofundar a análise sobre o papel do professor na aprendizagem colaborativa *online* é um espaço frutífero para futuras pesquisas na área de formação de professores.

Ainda sobre o papel do professor na Educação a distância (EaD) *online*, vale ressaltar a necessidade de se refletir sobre sua formação. A própria legislação em EaD sugere a qualificação docente, entre os pré-requisitos para a oferta de cursos a distância. E como essa formação tem acontecido? Será que os cursos de formação de professores, nas diferentes áreas, estão formando um profissional preparado para essa especificidade? Ou pelo menos consciente dessa necessidade?

Outro aspecto que considero relevante observar é o fato de que os alunos-professores discutiam as atividades com colegas e participavam das aulas em seu local de trabalho, ainda que de forma *online*. Focar o aspecto da formação "in lócus virtual" foge ao escopo desta pesquisa, entretanto, não deixa de ser um caminho aberto para novas investigações.

No que tange a questões matemáticas, a videoconferência oportunizou que o aspecto visual fosse explorado. Essa possibilidade não é freqüentemente observável em cursos à distância, especialmente se considerarmos a "orientação visual" que um aluno ou professor pode fornecer aos demais durante o processo de produção coletiva do conhecimento. Em aulas presenciais de Matemática, especialmente de Geometria, utilizamos constantemente imagens para ilustrar nosso raciocínio, nossas

idéias, os passos que seguimos no desenvolvimento de uma atividade, fazer apontamentos, etc. É isso que fazemos "face a face". Como fazer isso à distância, virtualmente?

O curso *Geometria com Geometricks* é uma experiência que traz contribuições nesse sentido. A videoconferência possibilitou a "orientação visual" nos momentos de aprendizagem matemática, ao permitir que as imagens fossem compartilhadas entre os participantes, articuladas com a voz dos mesmos, de forma síncrona. Assim sendo, era possível que uma atividade envolvesse alunos e professores em um pensar coletivo, acompanhando as construções (visuais) de quem estava com a "caneta virtual". É uma experiência que ressalta a possibilidade de alternância da liderança, sem que cada um deixe de ocupar seu papel (de aluno ou professor).

Destaco que o curso era um espaço para argumentar coletivamente, e esse processo só foi possível pela presença da mídia em colaboração com humanos. Observo que apesar das construções serem baseadas nos livros textos, e dessa forma usuais nas práticas pedagógicas, foi possível perceber que os alunos-professores não tinham o costume de elaborar justificativas para as mesmas. Assim sendo, considero a reflexão dessa dimensão uma contribuição no âmbito da formação continuada. Nessa direção, investigar experiências em EaD, cujo o foco principal são propostas em que processos dedutivo, indutivo e abduutivo coletivos sejam vivenciados pelos alunos, é um possível desdobramento desta pesquisa.

Ao discutirem matemática, os alunos-professores se posicionavam sobre como trabalhar em sala de aula com aquela matemática estudada. Procurou-se valorizar o conhecimento dos professores e também dos alunos-professores, constituindo, por meio do diálogo, uma inteligência coletiva. Considero que esta pesquisa mostra que o ambiente *online* pode, sim, atender às recomendações de pesquisadores da área de formação de professores. Ou seja, é possível trabalhar colaborativamente, é possível refletir sobre a prática e trocar experiência.

De todo modo, é preciso adotar uma postura crítica. Sabemos que não é freqüente a possibilidade de existirem turmas de 25 alunos, com a orientação de dois professores. Da mesma forma, raras são as experiências, especialmente com

Matemática, que podem contar com a tecnologia da videoconferência e um suporte técnico especializado tão próximo do professor em formação.

Também é sabido que ter boas condições não é garantia de que um curso prospere. Vale ressaltar a importância da arquitetura global do curso: a valorização dos diferentes saberes, a forma como as atividades foram propostas, o incentivo à participação ativa dos alunos-professores nos encontros síncronos, o suporte contínuo nos momentos assíncronos. Isso demandou cuidado especial da elaboração ao acompanhamento do curso, muito esforço e grande dedicação.

A postura de estímulo à participação, entre outros aspectos, condicionou: a natureza coletiva, quando ao elaborar as atividades essas foram pensadas com o Geotricks de forma que o *software* dava condições, juntamente com o grupo virtual, para que a Geometria fosse explorada; a natureza colaborativa, na virtualidade das discussões por videoconferência, ou no pensamento coletivo formado ao se utilizar o *software* em conjunto, embora os participantes estivessem a quilômetros de distância; e a argumentativa, no encadeamento de justificativas matemáticas, que só foram possíveis pela forma de condução dessas discussões, assim como pelas mídias que atuaram no processo de aprendizagem nesse ambiente.

Assim, com um último olhar para a natureza da aprendizagem matemática, no curso *Geometria com Geotricks*, percebo a inter-relação de diversos aspectos: ciberespaço, comunidade virtual, inteligência coletiva, diálogo, colaboração, interação, aprendizagem, etc. O ciberespaço condicionou a comunicação entre os participantes. Alunos-professores de um mesmo contexto institucional constituíram uma comunidade de aprendizagem que se caracterizou virtualmente. E, por sua proposta pedagógica interativa, o curso procurou valorizar o conhecimento dos professores e também dos alunos-professores, constituindo, por meio do diálogo, uma inteligência coletiva.

Refletindo sob aspectos da formação, é notório que conceitos, propriedades e outros aspectos de Geometria, especialmente, foram explorados durante o curso. Questões teóricas também tiveram espaço, impulsionando a reflexão e o pensamento crítico. E a familiarização com o Geotricks possibilitou que fossem vislumbradas diversas alternativas para o estudo de Geometria.

Espero, então, que o presente trabalho possa iluminar outras experiências em EaD *online*, de modo especial àquelas na área de Matemática. Minha expectativa é que se encontrem maneiras para desenvolver propostas de trabalho com geometria dinâmica, como aquelas exploradas no curso, ou seja, que as discussões pedagógicas e matemáticas realmente se tornem “práticas”.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, M.E.B. Formando professores para atuar em ambientes virtuais de aprendizagem. In: ALMEIDA, F.J. (Org.). *Educação a distância: formação de professores em ambientes virtuais e colaborativos de aprendizagem*. São Paulo: s.n., 2001. 184p. Projeto NAVE.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 158p.

ALVES-MAZZOTTI, A.J. O método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A.J.; GEWANDSZNAJDER, F. *O método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa*. São Paulo: Editora Pioneira, 2001. p.107-188.

AMARAL, R.B.; MALHEIROS, A.P.S.; BOVO, A.A.; BARBOSA, R.R. Informática Educativa. In: SIMPÓSIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 3., 1998, Rio Claro. *Anais...* Rio Claro: UNESP, 1998. p.107.

AMARAL, R.B. O uso do software Geometricks na sala de aula. In: ENCONTRO BRASILIENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 1999, Brasília. *Anais...* Brasília: UnB, 1999a.

_____. Recurso tecnológico no ensino da Geometria. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 11., 1999, Araraquara. *Anais...* Araraquara: UNESP, 1999b. p.28.

_____. O uso de um software educativo em uma atividade matemática a partir das concepções dos professores. In: SIMPÓSIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 4., 2000, Rio Claro. *Anais...* Rio Claro: UNESP, 2000a.

_____. Concepções dos professores de matemática acerca do uso de um software educativo em uma atividade matemática. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 12., 2000, São José do Rio Preto. *Anais...* São José do Rio Preto: UNESP, 2000b.

_____. O uso do software Geometricks na aula de Matemática. In: WORKSHOP INFORMÁTICA APLICADA À EDUCAÇÃO, 1., 2000, Araraquara. *Anais...* Araraquara: SBEM-SP/UNIARA, 2000c. p.50.

ANDRÉ, M.E.D.A. *Etnografia da prática escolar*. Campinas, SP: Papyrus, 1995. 128p.

ARAÚJO, J.L.; BORBA, M.C. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M.C.; ARAÚJO, J.L. (Org.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p.25-45.

AZEVEDO, W. *A vanguarda (tecnológica) do atraso (pedagógico): impressões de um educador online a partir do uso de ferramentas de courseware*. 2006a. Disponível

em: <www.aquifolium.com.br/educacional/artigos/vanguarda.html>. Acesso em: 18 mai. 2006.

_____. *Panorama atual da Educação a Distância no Brasil*. 2006b. Disponível em: <<http://www.aquifolium.com.br/educacional/artigos/panoread.html>>. Acesso em: 18 mai. 2006.

BAIRRAL, M.A. *Desarrollo Profesional Docente en Geometría: análisis de un proceso de Formación a Distancia*. 2002. Tese (Doutorado em Didáctica de las Ciencias Experimentales i de las Matemáticas) – Universitat de Barcelona, Barcelona, 2002.

_____. Compartilhando e construindo conhecimento matemático: análise do discurso nos chats. *Bolema*, Rio Claro, Ano 17, n.22, p.37-61, 2004.

_____. Desenvolvendo-se criticamente em Matemática: a formação continuada em ambientes virtualizados. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A.M. (Org.). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática: investigando e teorizando a partir da prática*. São Paulo: Musa Editora; Campinas, SP: GEPFPM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005. p.49-67.

BALBÉ, M.M.G. A interlocução entre professor tutor e aluno na educação a distância. *Educar em Revista*, Curitiba, v.21, p.215-224, 2003.

BARROS, A.J.P.; LEHFELD, N.A.S. *Projeto de pesquisa: propostas metodológicas*. Petrópolis, RJ: Vozes, 1990. 102p.

BELISÁRIO, A. O material didático na educação a distância e a constituição de propostas interativas. In: SILVA, M. (Org.). *Educação online*. São Paulo: Loyola, 2003. p.135-146.

BELLO, W.R. *Possibilidades de Construção do Conhecimento em um Ambiente Telemático: análise de uma experiência de Matemática em EaD*. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2004.

BELLONI, M.L. *Educação a distância*. 2.ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2001. 124p.

BICUDO, M.A.V. Pesquisa em Educação Matemática. *Pró-Posições*. Campinas, v.4., n.1[10], p.16-23, 1993.

BOAVIDA, A.M. A argumentação na aula de Matemática: Um olhar sobre o trabalho do professor. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 15., 2005, Setúbal. *Actas...* Setúbal: APM, 2005. p.13-43.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora, 1994. 336p.

BORBA, M.C. GPIMEM e UNESP: Pesquisa, extensão e ensino em informática e educação matemática. In: PENTEADO, M.G.; BORBA, M.B. (Org.). *A informática em*

ação: formação de professores, pesquisa e extensão. São Paulo: Olho d'Água, 2000. p.47-66.

_____. Coletivos Seres-Humanos-com-Mídias e a Produção de Matemática. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2001, Curitiba. *Anais...* Curitiba: UFPR, PUCPR, Universidade Tuiuti do Paraná, 2001.

_____. Dimensões da educação matemática a distância. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004. p.296-317.

_____. The transformation of mathematics in on-line courses. In: PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 29., 2005, Austrália. *Proceedings...* University of Melbourne, Austrália, 2005.

BORBA, M.C.; VILLARREAL, M.E. *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking*: Information and communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation. New York: Kluwer, 2005. 229p.

BORBA, M.C.; ZULATTO, R.B.A. Different Media, Different types of collective work in online continuing teacher education: Would you pass the pen, please? In: PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 30., 2006, Praga. *Proceedings...* Charles University, Faculty of Education, Praga, 2006. p.2-201-208.

_____. Possibilities of Mathematics Distance Education. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10., 2004, Copenhagen. *Proceedings...* Copenhagen, 2004. p.87.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria do Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998. 142p.

CAMPOS, F.C.A.; SANTORO, F.M.; BORGES, M.R.S.; SANTOS, N. *Cooperação e aprendizagem on-line*. Rio de Janeiro: DP&A Editora, 2003. 168p.

CASTRO, F. *Educação a distância e políticas públicas no Brasil*. Uma experiência no Núcleo de Educação a Distância da Universidade de Brasília. 2006. Disponível em: <<http://www.abed.org.br/publique/cgi/cgilua.exe/sys/start.htm?UserActiveTemplate=4abed&inford=165&sid=106>> Acesso em: 18 ago. 2006.

CIFUENTES, J.C. Uma via estética de acesso ao conhecimento matemático. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, n.46, p.55-72, jan/jun. 2005.

COLL, C.; ONRUBIA, J. A construção de significados compartilhados em sala de aula: atividade conjunta e dispositivos semióticos no controle e no acompanhamento mútuo entre professor e alunos. In: COLL, C.; EDWARDS, D. *Ensino, aprendizagem e discurso em sala de aula: aproximações ao estudo do discurso educacional*. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p.75-106.

D'AMBRÓSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas, SP: Papirus, 1996. 103p.

DEMO, P. Instrucionismo e a nova mídia. In: SILVA, M. (Org.). *Educação online*. São Paulo: Loyola, 2003. p.75-88.

DENZIN, N.K. LINCOLN, Y.S. The discipline and practice of qualitative research, In: _____. *Handbook of qualitative research*. 2.ed. Londres: Sage, 2000.

FERREIRA, A.C. *Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática: uma experiência de trabalho colaborativo*. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 2003.

FERREIRA, A.C.; MIORIM, M.A. O grupo de trabalho em educação matemática: análise de um processo vivido. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., Santos. *Anais...* Santos, 2003. 1CD-ROM.

FINE, M.; WEIS, L.; WESEEN, S.; WONG, L. For whom?: qualitative research, representations, and social responsibilities. In: DENZIN, N.K.; LINCOLN, I.S. (Org.). *Handbook of Qualitative Research*. 2.ed. Londres: Sage, 2000.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M.C.; ARAÚJO, J.L. (Org.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p.47-76.

FONSECA, M.C.F.R.; LOPES, M.P.; BARBOSA, M.G.G.; GOMES, M.L.M.; DAYRELL, M.M.M.S.S. *O ensino da geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 128p.

FONTANA, A.; FREY, J. The interview: from structures questions to negotiated text. In: DENZIN, N.K.; LINCOLN, I.S. (Org.). *Handbook of Qualitative Research*. 2.ed. Londres: Sage, 2000.

FRAGALE FILHO, R. O contexto legislativo da Educação a Distância. In: _____. (Org.). *Educação a distância: análise dos parâmetros legais e normativos*. Rio de Janeiro: DP&A, 2003. p.13-26.

FRANT, J.B; CASTRO, M.R.; ARAÚJO, J.C. Cabri: a formação e o desenvolvimento profissional de professores de matemática. In: CONGRESSO INTERNACIONAL SOBRE CABRI-GÉOMÈTRE, I., 1999, São Paulo. *Anais...* São Paulo: PUC, 1999. Disponível em: <<http://cabri.com.br>>. Acesso em: 22 fev. 2001.

GARNICA, A.V.M. *Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática*. 1995. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1995.

_____. Da literatura sobre a prova rigorosa em Educação Matemática: um levantamento. *Quadrante*, Lisboa, v.5, n.1, p.29-60, 1996a.

_____. Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática. *Zetetiké*, Campinas, v.4, n.5, p.7-28, jan/jun., 1996b.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar*. 3.ed. Rio de Janeiro: Record, 1999. 107p.

GOLDENBERG, E.P.; CUOCO, A.A.; MARK, J. A role for geometry in general education? In: LEHER, R.; CHAZAN, D. *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*. London: Lawrence Erlbaum Associates, 1998. p.3-44.

GOMES, P. et al. Eureka na PUC-PR! Um ambiente para aprendizagem colaborativa. Baseado na www. In: MAIA, C. (Org.). *Ead.br: educação a distância no Brasil na era da Internet*. São Paulo: Anhembi Morumbi, 2003. p.83-92.

GONZALEZ, M. *Fundamentos da tutoria em Educação a Distância*. São Paulo: Avercamp, 2005. 96p.

GUÉRIOS, E. Espaços intersticiais na formação docente: indicativos para a formação continuada de professores que ensinam matemática. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A.M. (Org.). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática: investigando e teorizando a partir da prática*. São Paulo: Musa Editora; Campinas, SP: GEPFPM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005. p.128-151.

GRACIAS, T.A.S. *A natureza da reorganização do pensamento em um curso a distância sobre "Tendências em Educação Matemática"*. 2003. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

HADAS, N.; HERSHKOWITZ, R.; SCHWARZ, B.B. The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in dynamic geometry environment. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v.44, p.127-150, 2000.

HANNA, G. Proof, explanation and exploration: an overview. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v.44, p.5-23, 2000.

HARASIM, L.; CALVERT, T.; GROENEBOER, C. Virtual-U: A web-based environment customized to support collaborative learning and knowledge building in post secondary courses. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE LEARNING SCIENCES, 1996, Illinois. *Proceedings...* Northwestern University, Illinois. 1996.

HARASIM, L.; TELES, L.; TUROFF, M.; HILTZ, S.R. *Redes de Aprendizagem: um guia para o ensino e aprendizagem on-line*. São Paulo: Senac, 2005. 416p.

HARGREAVES, A. *Os professores em tempos de mudança*. McGrawHill, 1998.

_____. O ensino como profissão paradoxal. *Pátio*. Porto Alegre, Ano 4, n.16, fev/abr, 2001.

IMENES, L.M.P.; LELLIS, M. *Matemática*. São Paulo: Scipione, 1997.

JOHNSON, S.D.; SURIVA, C.; YOON, S.W.; BERRET, J.V.; FLEUR, J.L. Team development and group process of virtual learning teams. *Computers and Education*, n.39, 2002.

JOSEPHSON, J.; JOSEPHSON, S. *Abductive Inference: Computation, Philosophy, Technology*. Cambridge, 1996. 306.

KENSKI, V. *Tecnologias e ensino presencial e à distância*. Campinas: Papyrus, 2003. 158p.

_____. Crise nas redes: a angústia dos "includidos". In: SEVERINO, A.J.; FAZENDA, I.C.A. (Org.). *Formação docente: rupturas e possibilidades*. Campinas, SP: Papyrus, 2002. p.121-139.

LABORDE, C. Relationships between the spatial and theoretical in geometry: the role of computer dynamic representations in problem solving. In: INSLEY, D.; JOHNSON, D.C. (Ed.). *Information and communications technologies in school mathematics*. Grenoble: Champman and Hall, 1998.

LARRÍN, V.; HERNÁNDEZ, F. O desafio do trabalho multidisciplinar na construção de significados compartilhados. *Pátio*, Porto Alegre, Ano 7, n.26, mai/jul. 2003.

LÉVY, P. *O que é o virtual*. São Paulo: Editora 34, 2005. 157p.

_____. *A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço*. São Paulo: Edições Loyola, 2000. 212p.

_____. *Cibercultura*. São Paulo: Editora 34, 1999. 264p.

_____. *As tecnologias da inteligência*. Rio de Janeiro: Editora 34, 1997. 203p.

LINCOLN, I.S.; GUBA, E.G. Paradigms and perspectives in transition. In: DENZIN, N.K.; LINCOLN, I.S. (Org.). *Handbook of Qualitative Research*. 2.ed. Londres: Sage, 2000.

LITWIN, E. Das tradições à virtualidade. In: _____. (Org.). *Educação a distância: temas para o debate de uma nova agenda educativa*. Porto Alegre: Artmed, 2001a. p.13-22.

_____. O bom ensino na educação a distância. In: _____. (Org.). *Educação a distância: temas para o debate de uma nova agenda educativa*. Porto Alegre: Artmed, 2001b. p.9-12.

LOBO, F.S. *Educação a distância: regulamentação*. Brasília: Plano, 2000. 100p.

LOPES, A. *Avaliação em Educação Matemática a Distância: uma experiência de geometria no ensino médio*. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), 2004. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2004.

LOPES, C.E. O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil. 281f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 2003.

LOURENÇO, M.L. A demonstração com informática aplicada à Educação. *Bolema*, Rio Claro, Ano 15, n.18, p.100-111, 2002.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986. 99p.

MACHADO, N.J. *Epistemologia e didática: concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente*. São Paulo: Cortez, 1995. 320p.

MAIA, C. *Guia brasileiro de educação a distância (2002/2003)*. São Paulo: Esfera, 2002. 199p.

MALHEIROS, A.P.S. Contextualizando o design emergente numa pesquisa sobre Modelagem Matemática e Educação a Distância. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2006, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, 2006.

MARRADES, R.; GUTIÉRREZ, A. Proofs produced by secondary school students learning geometry in dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v.44, p.87-125, 2000.

MARIOTTI, M. A. Introduction to proof: the mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v.44, p.25-53, 2000.

MARTINELLI, M.L. Seminário sobre metodologias qualitativas de pesquisa. In: _____. *Pesquisa qualitativa: um instigante desafio*. São Paulo: Veras, 1999. p.11-29.

MARTINS, M.A.V. Compreendendo a ação docente, superando resistências. In: SEVERINO, A.J.; FAZENDA, I.C.A.F. (Org.). *Formação docente: rupturas e possibilidades*. Campinas, SP: Papyrus, 2002. p.93-108.

MARTINS, O.B. Teoria e prática tutorial em educação a distância. *Educar em Revista*, v.21, p.153-171, 2003.

MEDEIROS, M.B. Performance em telepresença: informação e comunicação na rede mundial de computadores. In: AISTHESIS. Arte, educação e comunidade. Chapecó: Argos, 2005. Disponível em: <www.corpos.org/papers/pefoteleport.html>. Acesso em: 27 out. 2006.

MISKULIN, R.G.S. *Concepções teórico-metodológicas sobre a introdução e a utilização de computadores no processo ensino/aprendizagem da Geometria*. 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1999.

MISKULIN, R.G.S.; NACARANTO, A.M.; PASSOS, C.L.B.; LOPES, C.A.E.; FIORENTINI, D.; BRUM, E.D.; MEGID, M.A.; FREITAS, L.T.M.; MELO, M.V.; GRANDO, R.C. Pesquisas sobre trabalho colaborativo na formação de professores de matemática: um olhar sobre a produção do PRAPEM/UNICAMP. In: FIORENTINI, D.; NACARANTO, A.M. (Org.). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática: investigando e teorizando a partir da prática*. São Paulo: Musa; Campinas, SP: GEPFPM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005. p.196-219.

MORAN, J.M.M. *O que é educação a distância*, 2002. Disponível em: <<http://www.eca.usp.br/prof/moran/dist.htm>>. Acesso em: 15 ago. 2006.

_____. Prefácio. In: GIUSTA, A.S.; FRANCO, I.M. (Org.). *Educação à distância: uma articulação entre a teoria e a prática*. Belo Horizonte: PUC Minas; PUC Minas Virtual, 2003. p.9-11.

MORGADO, M.J.L. *Formação de Professores de Matemática para o uso pedagógico de planilhas eletrônicas de cálculo: análise de um Curso a Distância via Internet*. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2003.

MUSTAFÁ, S.P. EaD sim. Mas com qual biblioteca? In: SILVA, M. (Org.). *Educação online*. São Paulo: Loyola, 2003.

NACARATO, A.M. A escola como *lócus* de formação e de aprendizagem: possibilidades e riscos de colaboração. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A.M. (Org.). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática: investigando e teorizando a partir da prática*. São Paulo: Musa; Campinas, SP, GEPFPM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005. p.175-195.

NISKIER, A. *Educação a distância: a tecnologia da esperança*. 2.ed. São Paulo: Edições Loyola, 2000. 414p.

NOVA, C.; ALVES, L. Estação online: a ciberescrita, as imagens e a EaD. In: SILVA, M. (Org.). *Educação online*. São Paulo: Loyola, 2003. p.105-134.

OLIVEIRA, E.G. *Educação a distância na transição paradigmática*. Campinas, SP: Papirus, 2003. 144p.

OLIVERO, F.; ARZARELLO, F.; MICHELETTI, C.; ROBUTTI, O. Dragging in Cabri and modalities of transition from conjectures to proofs in geometry. In: PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 22., Stellenbosh, South Africa. *Proceedings...* Stellenbosh, South Africa, 1998.

PALLOFF, R.M.; PRATT, K. *Construindo comunidades de aprendizagem no ciberespaço*. Porto Alegre: Artmed, 2002. 248p.

_____. *O aluno virtual: um guia para trabalhar com estudantes on-line*. Porto Alegre: Artmed, 2004. 216p.

PEREZ, G.; COSTA, G.L.M.; VIEL, S.R. Desenvolvimento profissional e prática reflexiva. *Bolema*, Rio Claro, Ano 15, n. 17, p.59-70, 2002.

PEROSA, G.T.L.; SANTOS, M. Interatividade e aprendizagem colaborativa em um grupo de estudo online. In: SILVA, M. (Org.). *Educação online*. São Paulo: Loyola, 2003. p.147-154.

PIERCE, C.S. Semiótica. *Perspectiva*, n.46, 1977.

PINTO, R.A. *Quando professores de matemática tornam-se produtores de textos escritos*. 2002. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, 2002.

PONTE, J.P. Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. In: EDUCAÇÃO Matemática. *Temas de Investigação*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992. p.185-239.

_____. Perspectivas de desenvolvimento profissional de professores de Matemática. In: PONTE, J.P. et al. *Desenvolvimento profissional dos professores de Matemática: que formação?* Sociedade Portuguesa de Ciência da Educação, 1996.

_____. Tecnologias de informação e comunicação na educação e na formação de professores: Que desafios? *Revista Ibero-Americana de Educação*, n.24, p.63-90, 2000.

PONTE, J.P.; OLIVEIRA, H. Comunidades virtuais de ensino, na aprendizagem e na formação. In: MOREIRA, D.; LOPES, C.; OLIVEIRA, J.M.; VICENTE, L. (Org.). *Matemática e comunidades: a diversidade social no ensino aprendizagem da matemática*. Lisboa, 2001. p.65-70.

PONTE, J.P.; OLIVEIRA, H.; CUNHA, M.H.; SEGURADO, M.I. *Histórias de investigações matemáticas*. Lisboa: IIE, 1998.

PORTER, L.R. *Creating the virtual classroom: distance learning with the Internet*. New York: Wiley, 1997. 260p.

PRADO, M.E.B.; ALMEIDA, M.E.B.P. Redesenhando estratégias na própria ação: formação do professor a distância em ambiente digital. In: VALENTE, J.A.; PRADO, M.E.B.B.; ALMEIDA, M.E.B. *Educação a distância via Internet*. São Paulo: Avercamp, 2003. p.71-85.

RAMAL, A.C. *Educação na cibercultura: hipertextualidade, leitura, escrita e aprendizagem*. Porto Alegre: ARTMED, 2002. 268p.

RHEINGOLD, H. *A comunidade virtual*. Lisboa: Gradiva, 1996. 367p.

ROSA, M.A. Construção de Identidade *online* como Processo para o Aprendizado de Integral Definida: aspectos teóricos. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2006, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, 2006.

SANTOS, S.C. *A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial*. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

- SANTOS, S.C.; BORBA, M.C. A Natureza da Produção Matemática no Chat. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2006, São Paulo. *Anais...* São Paulo: UNICSUL, 2006.
- SANTOS, H.; REZENDE, F. Formação de orientadores para a educação continuada de professores a distância: contribuições dos recursos de comunicação síncrona e assíncrona. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA DA ABED, 8., 2001, Brasília. *Atas...* Brasília, 2001.
- SCHÖN, D.A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (Org.). *Os professores e a sua formação*; 2.ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995. p.13-33.
- SCUCUGLIA, R. *A Investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com calculadoras gráficas*. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.
- SILVA, M. *Sala de aula interativa*. 2.ed. Rio de Janeiro: Quartet, 2001. 230p.
- _____. Apresentação. In: _____. (Org.). *Educação online*. São Paulo: Loyola, 2003a. p.11-20.
- _____. Criar e professorar um curso online: relato de experiência. In: _____. (Org.). *Educação online*. São Paulo: Loyola, 2003b. p.51-73.
- SMOLE, K.C.S.; DINIZ, M.I.S.V. *Matemática: Ensino Médio*. 3.ed. São Paulo: Saraiva, 2003.
- SOARES, I.O. EaD como prática educacional. In: SILVA, M. (Org.). *Educação online*. São Paulo: Loyola, 2003. p.89-103.
- STAKE, R.E. Case Studies. In: DENZIN, N.K.; LINCOLN, I.S. (Org.). *Handbook of Qualitative Research*. 2.ed. Londres: Sage, 2000.
- TIKHOMIROV, O.K. The Psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J.V (Ed.) *The Concept of activity in soviet psychology*. New York: M.E. Sharpe, 1981.
- TORRES, P.L. *Laboratório online de aprendizagem: uma proposta crítica de aprendizagem colaborativa para a educação*. Tubarão: Editora Unisul, 2004. 230p.
- VALENTE, J.A. Criando ambientes de aprendizagem via rede telemática: experiências na formação de professores para o uso da informática na educação. In: _____. (Org.). *Formação de educadores para o uso da informática na escola*. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 2003a. p.1-19.
- _____. Cursos de especialização em desenvolvimento de projetos pedagógicos com o uso das novas tecnologias: descrição e fundamentos. In: VALENTE, J.A.; PRADO, M.E.B.B.; ALMEIDA, M.E.B. *Educação a distância via Internet*. São Paulo: Avercamp, 2003b. p.23-55.

VALENTINI, C.B.; SOARES, E.M.S. Sobre Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVAs). In: VALENTINI, C.B.; SOARES, E.M.S. (Org.). *Aprendizagem em ambientes virtuais: compartilhando idéias e construindo cenários*. Caxias do Sul, RS: Educs, 2005. p.77-86.

VIANNEY, J.; TORRES, P.; SILVA, E. *A universidade Virtual no Brasil*. Tubarão: Editora Unisul, 2003. p.250.

VIDICH, A.J.; LYMAN, S.M. Qualitative Methods: Their History in Sociology and Anthropology. In: DENZIN, N.K.; LINCOLN, I.S. (Org.). *Handbook of Qualitative Research*. 2.ed. Londres: Sage, 2000.

VILLIERS, M. An alternative approach to proof in dynamic geometry. In: LEHER, R.; CHAZAN, D. *Designing learning environments for developing understanding of Geometry and Space*. London: Lawrence Erlbaum, 1998. p.369-393.

_____. Papel e funções da demonstração no trabalho com o Sketchpad. *Educação e Matemática*, n.62, p.31-36, mar/abr. 2001.

ZULATTO, R.B.A. Concepções Norteadoras do *Design* de um Curso a Distância em Matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2006, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, 2006.

_____. Projeto Interdisciplinar no Ensino das Metodologias: o ponto de vista da Matemática. *Revista de Educação Matemática*, São Paulo, v.9, p.45-48, 2005a.

_____. Um Ambiente Virtual para o Estudo de Geometria. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2005, São Paulo. *Anais...* São Paulo: Universidade de São Paulo, FE/USP, 2005b.

_____. Matemática à distância: como acontece? In: ENCONTRO PARANAENSE DE INFORMÁTICA EDUCACIONAL, 2004, Cascavel, PR. *Anais...*, Cascavel, 2004.

_____. O perfil dos professores de Matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica em suas aulas. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. *Anais...*, Santos, 2003a. 1CD-ROM.

_____. Educação à distância no GPIMEM. In: CONFERÊNCIA DE DEZ ANOS DO GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática, 2003. Rio Claro. *Anais...*, Rio Claro, 2003b. 1CD-ROM.

_____. Softwares de geometria dinâmica sob a perspectiva de professores de Matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2002, Campinas. *Anais...*, Campinas, 2002a.

_____. *Professores de Matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: suas características e perspectivas*. 200. 119f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002b.

_____. Geometria Dinâmica no Geometricks. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2001, Rio de Janeiro. *Anais...* Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2001a.

_____. Softwares de geometria dinâmica na sala de aula de Matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2001, São Paulo. *Anais...* São Paulo: Pontifícia Católica de São Paulo, 2001b.

_____. O uso de softwares de geometria dinâmica por professores de Matemática. In: WORKSHOP DE INFORMÁTICA APLICADA À EDUCAÇÃO, 2., 2001, Votuporanga. *Anais...*, Votuporanga, 2001c.

ZULATTO, R.B.A.; BORBA, M.C. Diferentes mídias, diferentes tipos de trabalhos coletivos em cursos de formação continuada de professores a distância: pode me passar a caneta, por favor?. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia, SP. *Anais...* Águas de Lindóia, 2006. p.41-56.

ZULATTO, R.B.A.; PENTEADO, M.G. Professores de Matemática que utilizam tecnologia em sua atividade docente. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, v.49, p.31-44, p.31-44. 2006a.

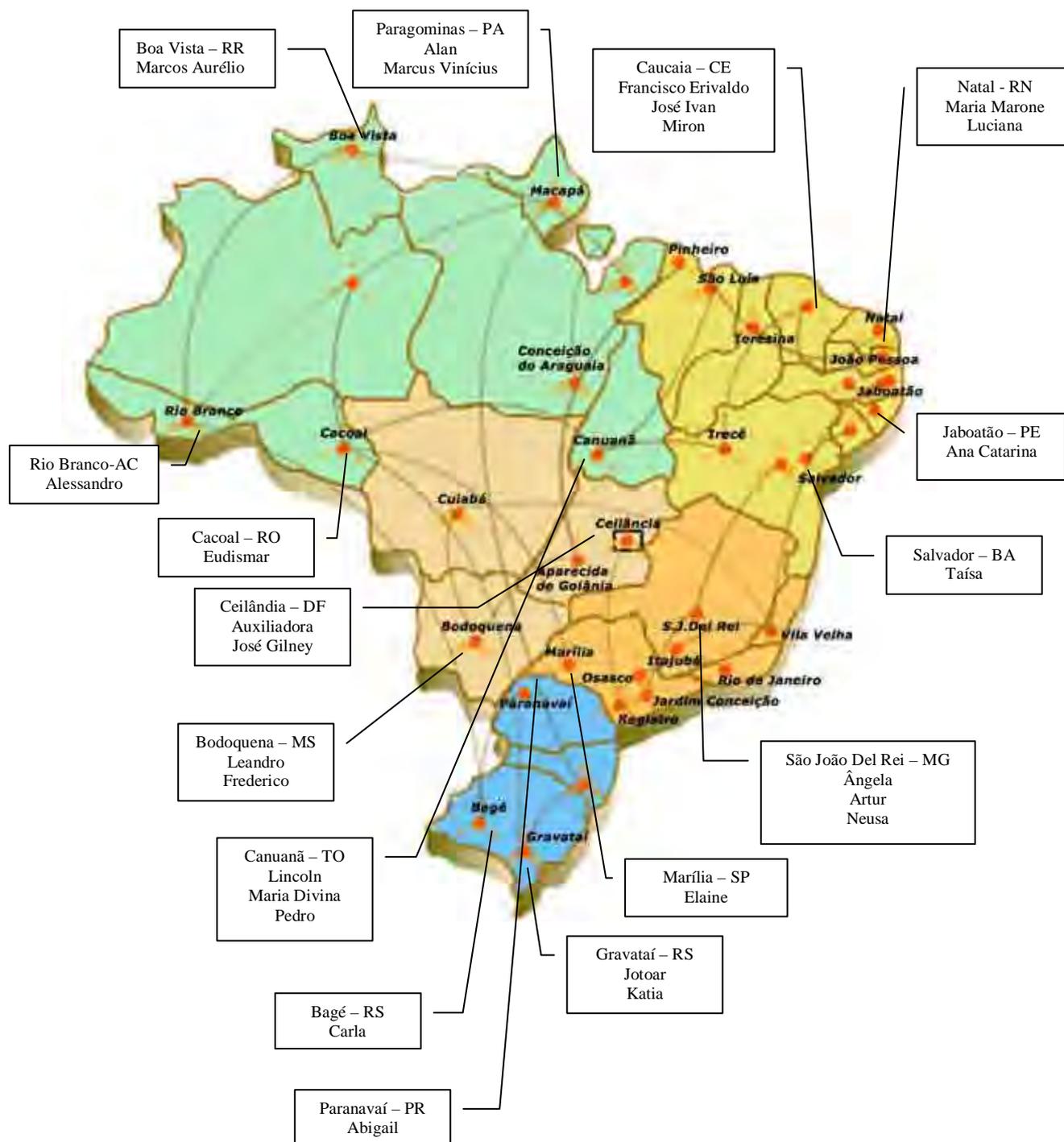
_____. Interação e Aprendizagem em um curso de formação continuada a distância. In: COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA, 3., 2006, São Paulo. *Anais...* São Paulo, 2006b. 1CD-ROM.

_____. A formação de professores de matemática no contexto da educação a distância. In: CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 7., 2005, Águas de Lindóia, SP. *Anais...* Águas de Lindóia, 2005.

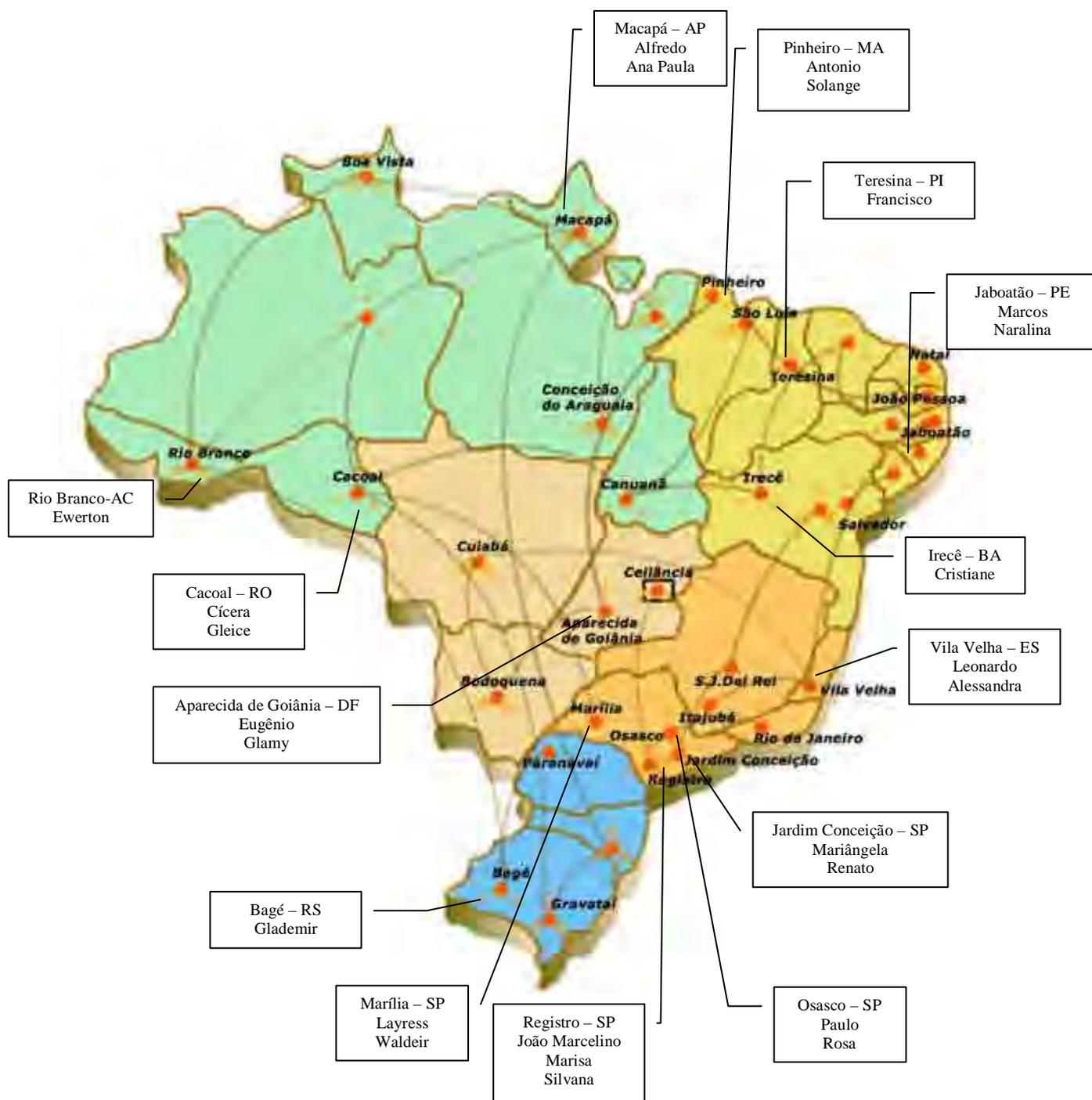
ANEXOS

ANEXO A

Alunos da primeira edição do curso – 2º semestre de 2004



Alunos da primeira edição do curso – 1º semestre de 2005



Alunos da primeira edição do curso – 2º semestre de 2005

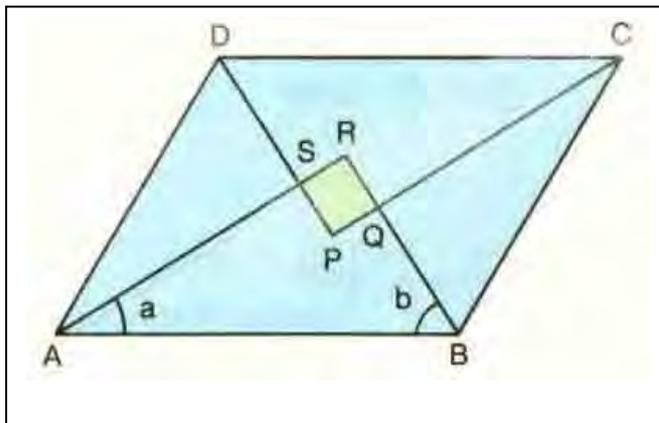


ANEXO B

Demonstração da atividade das bissetrizes do paralelogramo

Artur, Neuza e Silvana – São João Del Rei/MG

“O quadrilátero formado pelas bissetrizes dos ângulos de seu paralelogramo é um retângulo.



Os ângulos A e B são suplementares ($\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ e \overline{AB} é transversal). Logo:
 ângulo A + ângulo B = 180°

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{\text{ângulo A (bissetriz)}}{2} \\ b = \frac{\text{ângulo B (bissetriz)}}{2} \end{array} \right\} = a + b = 90^\circ$$

No triângulo ABR, temos:

$$\begin{aligned} a + b + \text{ângulo R} &= 180 \\ 90^\circ + \text{ângulo R} + 180 &\Rightarrow \text{ângulo R} = 90^\circ \end{aligned}$$

Aplicando o ADS, prova-se que ângulo S = ângulo P = ângulo Q = 90° . Portanto PQRS é retângulo.”

ANEXO C

Leitura da definição de hipérbole

Marcelo: Eu vou ler uma definição de hipérbole do livro de Manuel Paiva, da Editora Moderna: fixados dois pontos F_1 e F_2 , na nossa construção seriam os pontos O e P , tal ok? Mas eu tô lendo a definição do livro, fixados dois pontos F_1 e F_2 de um plano, tais que $F_1F_2=2C$, $C > 0$, ou seja a distância entre os focos, chama-se hipérbole o conjunto dos pontos P de alfa, cujas as diferenças em módulo das distâncias PF_1 e PF_2 é uma constante $2a$. Quem que é P na nossa construção? Vai ser o ponto L , tá ok!?